



A Story of the Quantum Theory and Relativity

日出

量子力学与相对论

张轩中 黄宇傲天◎著

在20世纪初期乌云密布的物理学天空中，
量子力学和相对论如何喷薄而出？

讲述一个震撼人心的英雄时代。
在物理学精英的传奇故事中，
挖掘产生新思想的源动力。

清华大学出版社

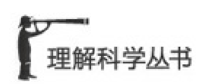
目 录

作者简介

张轩中，北京师范大学物理系理论物理专业毕业，从事离子阱与质谱仪器研究。著有《相对论通俗演义》，曾在《北京青年报》等媒体发表多篇文艺与科学评论。

SUNRISE

A Story of
the Quantum Theory and Relativity





日出

量子力学与相对论

张轩中　黄宇傲天◎著

清華大学出版社
北京

图书在版编目（CIP）数据

日出：量子力学与相对论 / 张轩中，黄宇傲天著．—北京：清华大学出版社，2013

（理解科学丛书）

ISBN 978-7-302-33947-2

Ⅰ．①日…　Ⅱ．①张…②黄…　Ⅲ．①量子力学－青年读物②量子力学－少年读物③相对论－青年读物④相对论－少年读物　Ⅳ．①0413.1-49②0412.1-49

中国版本图书馆CIP数据核字（2013）第223507号

责任编辑：朱红莲

封面设计：蔡小波

责任校对：刘玉霞

责任印制：刘海龙

出版发行：清华大学出版社

网址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com

地址：北京清华大学学研大厦A座　　邮　　编：100084

社总机：010-62770175　　邮　　购：010-62786544

投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印装者：三河市金元印装有限公司

经　　销：全国新华书店

开　　本：165mm×240mm　　印　张：20.5　　字　数：291千字

版　　次：2013年12月第1版　　印　次：2013年12月第1次印刷

产品编号：054846-01



海森堡在海边看日出　绘画：杨千



作者之一张轩中和霍金在一起

谨以此书
献给青年物理学家张宏宝博士

序1

本书是张轩中学子继《相对论通俗演义》之后的又一力作。轩中从中学时代起就是一位对文学和科学都充满兴趣，而且有志于创造的青年。他先受张爱玲、徐志摩等人作品的影响而关注文学，后又受康德、爱因斯坦、杨振宁等人的影响转而关注科学，最终选择了物理专业，进入北京师范大学物理系学习，加入该校的相对论小组深造。这个小组是全国最有影响力的相对论研究团队之一。在刘辽教授和梁灿彬教授的领导下，为年轻人打下较为深厚的物理基础和数学基础，并引导他们走向引力理论、时空理论、宇宙学和黑洞物理的研究前沿。

轩中深受梁灿彬教授的影响，对理论物理和微分几何充满兴趣，并在马永革教授的指导下完成了硕士论文。在本科和研究生阶段，轩中博览群书，把自己的视野从相对论扩展到量子论及物理学史等领域。

轩中最值得注意的优点是始终想做事情，不想虚度此生。在各种尝试之后，他终于摸索到了适合自己的创造领域，即选择科学和文学的结合部，把掌握的物理学前沿知识与自己的写作能力结合起来，以既科学又文学的方式把爱因斯坦、霍金等近代学者研究的前沿知识及成功者的创新之路介绍给广大青年。

我怀着欣喜的心情读完了本书的电子稿，大有后生可畏又可爱的感觉。这本书和几年前发表的《相对论通俗演义》一样，既保证了科学内容的正确，历史梗概的真实，又带有适当的文学色彩，而且使用的是年轻人熟悉喜爱的语言，可读性很强。《相对论通俗演义》一书不但受到了青年读者的喜爱，也受到了许多理论物理专家的好评，相信这本书同样会得到较高的评价。

我们中华民族是一个伟大的民族，从春秋战国到明朝中叶，站在人类文明的前列差不多2000年，只是在近代落后了，而且挨打了。经过全

国人民的浴血奋斗，今天的中国终于又站起来了，经济得到了飞速的发展，中华民族再次奔向人类文明的最前列。在目前经济危机的阴影笼罩全球的情况下，中国是最有活力、最充满希望的国家，全世界人民都在注意正在重新崛起的中华民族，对于当代中国青年来说，真是任重而道远。

邓小平同志说，“科学技术是第一生产力”。中国经济的可持续发展依赖于科技创新和教育的普及提高。几十年来，中国的教育取得了长足进展，不仅基本普及了中、小学教育，而且大学生能占到同龄人的三分之一，这是震撼世界的成就，是中国可持续发展的强大动力之一。

我们的教育质量，从知识水平和计算能力来说是不低的，但也有严重缺陷，这就是中国学生的创新动力和创新能力都不足。

应该使年轻人明白，500年的自然科学史表明，青年是科学发现的主力军。伽利略25岁被誉为“当代的阿基米德”。牛顿23～25岁期间完成了他一生最重要的科学发现。莱布尼茨27岁发明微积分，伽罗华20岁创造了群论。赫姆霍兹26岁、迈耶28岁时提出了热力学第一定律。克劳修斯26岁时提出了热力学第二定律。开尔文24岁提出绝对温标，并预见到热力学第三定律的存在。麦克斯韦25岁对电磁理论作出重大改进，34岁建立起著名的电磁方程组。爱因斯坦26岁发表狭义相对论，提出光子说，36岁又发表广义相对论。历史上重大的科学发现，大都是年轻人作出的。他们虽然知识不如老年人丰富，但很少保守思想，最具创新精神。

社会科学和文艺创作与自然科学不完全相同。贝多芬在47岁的时候说：“现在，我知道如何搞创作了。”而且他在47岁之后的作品，确实比以前的作品更为出色。贝多芬和莎士比亚一样，都是在晚年才达到自己艺术创作的顶峰的。

然而，不管是贝多芬、莎士比亚还是其他杰出的文学艺术家和社会科学家，都不是40岁以后才开始建功立业的。他们中的大多数，在30岁

之前就已锋芒毕露，显现出耀眼的才华。莎士比亚写作《亨利四世》时只有28岁，发表《仲夏夜之梦》和《哈姆雷特》时也才36～37岁。贝多芬在30岁之前就已创作出优秀的作品，31岁时完成著名的《第一交响曲》，40岁出头完成8首交响曲和50多部其他作品。莫扎特是有名的神童。歌德25岁发表《少年维特之烦恼》，席勒21岁完成剧本《强盗》，24岁发表《阴谋与爱情》，雪莱21岁发表长诗《麦布女王》，狄更斯24岁完成《匹克威克外传》。泰戈尔15岁开始写剧本，普希金30岁之前完成了他一生中主要的诗歌创作。马克思30岁、恩格斯28岁时发表《共产党宣言》，毛泽东26岁主编《湘江评论》。亚历山大30岁左右就横扫南欧、北非和西亚，建立起横跨三洲的大帝国。诸葛亮27岁发表《隆中对》，提出三分天下的战略方针。打赢赤壁之战时，周瑜34岁，诸葛亮才28岁。

翻开历史的长卷，我们看到“自古英雄出少年”。青年人应该有志气，有抱负，完全不应在权威面前有自卑心理。应该像牛顿那样，努力站在巨人的肩上，让青春发出光辉。

青春的光辉，主要产生于勤奋而不是天才。爱因斯坦曾经说过：“在天才和勤奋之间，我毫不迟疑地选择勤奋。它几乎是世界上一切成就的催生婆。”《聊斋志异》的作者蒲松龄曾用下面的对联自勉自警：

有志者，事竟成，破釜沉舟，百二秦关终属楚；

苦心人，天不负，卧薪尝胆，三千越甲可吞吴。

清代诗人赵翼也在诗中写道：

江山代有才人出，各领风骚数百年。

轩中的这本书列举了大量科学发展的曲折经历，对增强读者的创新欲望，提高读者的创新能力，大有裨益。而且在这方面，轩中本人就作出了榜样，他像射门意识极强的足球运动员总想把球踢进球门一样，极想做一些创新工作。由于不断地拼搏努力，他在26岁的时候就完成了

《相对论通俗演义》一书。今年正当轩中的而立之年，他又呈现给读者这本优秀的作品。

我应轩中之邀，不揣冒昧给他的新书作序，好在他的书确实是本好书。

赵峥
2011年9月于北京半读斋

序2

最早听说张轩中是在百度相对论吧，后来连载的《相对论通俗演义》出版了纸质书还特地找来阅读，听说他还借此凝聚了一些人气，开办了一个网络学校，以爱因斯坦命名普及科学。此次他的新书《日出：量子力学与相对论》（下简称《日出》）即将出版，我很高兴地先阅读完此书，并向大家推荐。

开尔文在展望20世纪的物理学时提出了科技史上著名的两朵乌云："动力理论肯定了热和光是运动的两种方式，现在，它的美丽而晴朗的天空却被两朵乌云笼罩了……第一朵乌云出现在光的波动理论上……第二朵乌云出现在关于能量均分的麦克斯韦-玻耳兹曼理论上……"他和当时绝大多数的物理学家一样，认为物理的大厦已经构建完成，所需要做的不过是对大厦粉刷粉饰罢了，未来的物理学者们大都可以失业了。他们所疑惑所轻视的乌云，导致了随后的科学革命，量子力学和相对论就此诞生。乌云散去，阳光普照，我们可以套用牛顿墓碑上的话来评价爱因斯坦等人："上帝说要有光，于是他们诞生了！"

《日出》就是这样一本介绍量子力学和相对论发展历程的科普书籍，但是与其他科普作品相比又有着鲜明的特点特色。霍金曾在《时间简史》里打趣"听说作品里放上一个公式，就会吓跑一半潜在的读者"，于是他只在书中放上了著名的质能方程"$E=mc^2$"，《日出》却毫不避讳地在书中直接引用各种公式和方程，显然没有语言比数学更优美、更精确、更打动人心的了，这是本书的第一个特点，保证了作为一部科普著作必须具备的科学性，而且具备了一丝大师的视角。（这是做科学研究和科学史研究的不同，后者并不需要你在科学研究方面成为大师，具备基本素养，仔细研究分析，自己未尝不能提出一套自圆其说的理论解释历史规律，本书作者就已经开始尝试这么做了。）但是如果全是公式，

就会和专业书一样枯燥乏味，于是作者力图用轻松幽默的语言来编排故事，这一点相信各位读者去看看作者之前的《相对论通俗演义》就能够体会。

作者在书中分条缕析地沿着历史的轨迹和物理上的联系，将量子力学和相对论的发展和进步一一展示在读者面前。当泡利、薛定谔、爱因斯坦等人灵光一闪的时候，作者运用了自己的想象将他们的灵感具像化了，比如薛定谔是和女友你侬我侬的时候，海森堡是望着大海等待日出的时候，虽然这些都是出于想象，但是又很好地结合了推导过程，读起来相当有趣，没有亲自学习一遍推导一番大概是很难写出来的。

这也是本书最大的不同：想象！如果其他大多数科普书是正史是《三国志》的话，这本书可能是野史、是笔记、是话本、是《三国演义》。读过《三国演义》的朋友都知道，罗贯中写三国有几个特点很鲜明：第一是大事件大历史方向保证正确但是在小细节小情节上多有妙笔，比如空城计；第二是人物个性鲜明，立场坚决，“红脸的关公，白脸的曹操”即是如此。《日出》也具备这两个特征：第一，物理史的大事件和逻辑推理内在联系没有问题，但是会用王小波式的幽默配上科学内涵深刻吐槽一些科学家和一些物理事件，或者如前所述加入一些花边新闻；第二，每个科学家的特点同样鲜明，比如“奥地利也是一个物理英雄辈出的国度。玻耳兹曼，以及本书后面将写到的薛定谔和泡利，他们便是来自维也纳的三剑客。依据他们的秉性，我们大概可以分别称呼他们三人为忧郁哥、多情哥和犀利哥”。三个人的性格不仅是心理学特征还带上了他们的物理学属性。

用这样的笔法写科普的不多，虽然将科普小说化也不算新鲜，比如科幻科普，国外有伽莫夫《物理世界漫游记》珠玉在前，其后层出不穷，从平面国续集《二维国内外：数宇漫游奇历记》到最近的《三把锁的门：量子世界奇遇记》都堪称经典，国内也有《小灵通漫游记》，但之后就几乎消失不见。一些小说也开始逆向走学术路线，比如《剑桥金

庸武侠史》、《剑桥倚天屠龙史》。大概小说和科普自身都到了打破旧范式，寻求革命的时候了吧。这一点倒又和此书的科学革命遥相辉映，或许能从科学革命的结构中学到一点儿东西。

张轩中的科普之路一路走来，《日出》虽不能说是其集大成之作，但称为转型寻求变化之作并不为过，从《相对论通俗演义》不怎么像演义再到现在的《日出》，风格的变化显而易见。至于这种小说化的写法是否能受到大家的肯定还得大家捧场看了才知道。希望读者喜欢此书，能将历史上的物理和小说化的物理成功区分开来，甚至抛离小说化的背景仍能被物理本身打动，领略其中的天地大美。

戴一

2013年8月

序3

那天晚上，我与师父张轩中从北师大小西门的兰惠咖啡厅离开的时候已经是深夜，学校的小西门已经关上，我们只好横穿校园，从另一边的南门出去。在偌大的校道上不见一个人影，显得有点阴森森的——因为师父以前跟我说过，这北师大一带，所谓铁狮子坟与小西天，曾经是一些乱葬岗——但是远处闪着微弱光亮的路灯却似乎给了我们希望。

那时候是2011年，我只是一个普通的高中生，刚刚考完高考。同时我也是一个热爱物理的年轻人，并且有点理想主义。高中的某一天，我认识了师父，知道他写过一本物理方面的科普书，叫《相对论通俗演义》，还知道他见过霍金。在我彷徨的高中时代，他和朝恺（一位学物理的学长）把我带到了“理论物理”的大门前，并且给了我一把开启大门的钥匙——师父说，考完高考你如果愿意，可以来北京，我教你广义相对论。于是我一个人从广西来到北京，开始了我们的师徒缘分。

我们第一次见面是在北师大兰惠公寓一楼的大厅里，他给我带了一堆物理书作为见面礼，其中还有彭罗斯写的TheRoad To Reality，那是我第一次读到的英文物理书籍。我们一同吃完饭以后就到了他家里开始上第一节课。上课的头一句话，是师父问我是否能够背诵《孟子》“天将降大任于斯人也……”那段话，当时我背了出来。师父说，很好，你跟一般的高中生不一样，以后要牢记这段话。虽然我没有看出自己跟一般的高中生有什么不一样，但是我的课程就这样开始了。

那一个多月，我住在北师大附近小西天的一间潮湿的不足十平方米的地下室里，每天六点多起床到北师大的食堂吃早饭，然后到教七楼或者是物理楼的自习室上自习。到了下午五点多，到小西门的兰惠公寓等师父一起到新乐群食堂吃晚饭，再一起回到师父的住处，听师父讲课。我们课程的主题是“几何与广义相对论”，其实一开始主要是讲广义相对

论微分几何基础。他每天给我讲一个小时，总会留下几个问题算是我第二天的作业。虽然我高二的时候就学习过简单的微积分，物理的基础也并不算太差，但是因为师父留的问题开放性都比较大，所以第二天我都需要付出很大的努力才能完成。而每当我顺利完成题目的时候，他都非常高兴。有一次我突发奇想，用高中的排列组合知识给出了N维空间黎曼曲率张量分量独立个数公式的证明，他高兴得非要给我拍个录像发到网上去——很多时候，当我想起他感到欣慰而表现出来的那种高兴，我就想做出更多的事情让他满意，让他知道自己培养这个学生不是在浪费自己的时间。因此，那段时光我的生活特别充实，特别愉快。

偶尔，我们的“教室”也会是在北师大的校园里，田径场上。我们一边散步一边讨论宇宙与时空，这个度规、那个曲率，嘴里蹦出这些个词语让路人咋舌，而我们毫不在意。甚至，在那个繁星闪烁的晚上，他忽然把我叫到兰惠咖啡厅，说请我喝咖啡。之后我就一边喝着咖啡，一边听他讲“参数共振”，感觉到从未有过的新鲜感。我想起在哪本科普书里，读到过量子力学诞生那个时代，物理学家泡利和海森堡也常常跟着他们的老师索墨菲在咖啡厅里讨论物理问题。而今我正在做着同样的事情，使得我心里有一种“跟上他们脚步”的错觉，顿时觉得前途一片光明。那次我们忘记了时间，一直谈到深夜，直到小西门都关闭了我们要穿过师大从南门出去。我们慢悠悠地走，在激烈的讨论之后，走出咖啡厅，享受无尽的夜。师父忽然说：“在我读本科的时候，也曾经在一个夜晚跟着我的老师漫步在这校园里，我们讨论假如我们不看月亮的时候，月亮到底还存在不存在这样的量子力学问题。如今我有了自己的学生，再过十年，你也会有自己的学生……”仿佛让我在无尽的夜色中看见光明的未来。

总之，在那个假期里，我学到了广义相对论的一些基础，对物理学也有了更深的认识。当时，本书还在创作中，而我有幸成为第一个读者。也因为师父的启蒙，使得我对物理学有了更深的兴趣。在我进入辽

宁科技大学物理系读书之后，受到老师们的赏识，学业得心应手，从根本上来讲也是由于那个假期打下的物理基础。因而在大一的上学期结束之后，我又再次回到北京，跟他学习量子力学。

那一次，我在北京待了整个寒假。这是我有生以来第一次没有回家过春节，而是在为自己的理想而奋斗。我们谈论氢原子的代数解法，我第一次知道龙格-楞次矢量是这么重要，我们在量子力学里面发现原来微不足道的扰动也足以影响整个系统——那么微不足道的我是不是也有一天能够有所成就？读者或许在这本书里能看到历史上的一些经历过不少挫折的少年，最后变成了阿贝尔，变成了薛定谔，变成了爱因斯坦。而我，在书中看到过自己的影子，也和书中的他们一样怀揣着成为一个物理学家的梦。

感谢师父，给了我圆梦的机会。

黄宇傲天

2013年8月

第一部分　量子力学

SUNRISE

A story of the Quantum theory
and Relativity



薛定谔和他的情人在阿尔卑斯山滑雪　绘画：田玉宽

1　孤儿：两个钻石王老五

（1）

1799年，法国的拿破仑（Napoléon　Bonaparte，1769—1821）正在准备一场旷日持久的战争，其第一阶段的目的是称霸欧洲。德国南部巴伐利亚州的一个12岁的少年刚刚失去双亲，他的苦难人生已经开始，他的父亲，是一个磨玻璃镜片的工匠，早早逝去。



弗朗禾费

这个少年就是弗朗禾费（Joseph von Fraunhofer，1787—1826）。孤苦伶仃的弗朗禾费1799年8月23日离开了自己的故乡，来到慕尼黑一家玻璃作坊里开始了工作。他有一个严厉的师傅，除了玻璃方面的工作，弗朗禾费每天还要在师傅家里做家务。

劳动对于弗朗禾费来说也不算什么，真正令爱学习的他痛苦的是师傅不准他晚上点灯夜读。还禁止他去专门针对手工阶层的孩子所办的假日学校学习。

1801年7月21日，师傅家的房子突然倒塌，师母在这次事故中丧生。庆幸的是，弗朗禾费在事故发生4小时后在废墟中被发现，他几乎是毫发未损。这个大难不死的少年长大后成为一个著名物理学家，和牛顿一样终身未婚，甚至没有情人。他的私人生活也好像是一个谜，他公开的身份是一家光学仪器公司的经理。如果没有个人的努力，作为穷二代的他很有可能将继承他父亲的职业，成为一个磨镜片的工匠。但他奇迹般扼住了命运的咽喉。

1806年，一个叫乌茨施耐德的人开了一家光学仪器公司，他雇佣弗朗禾费为工厂工作。乌茨施耐德给弗朗禾费提供了凯斯特纳（Abr aham Go tthelf Kastner）、克吕格尔（Georg Simo n Kiug el）和普里斯特李（JosephPriest ley）等人所著的光学课本。弗朗禾费加入工厂后的第一个任务就是打磨和抛光光学元件。

“上天给了我多少时间？”弗朗禾费心想，我命由我不由天，我得干点事情出来，“牛顿用棱镜做成了分光计，看到了七色阳光。那我应该怎么做才能站在牛顿这个巨人的肩膀之上？”

弗朗禾费慢慢积累自己的经验，苦苦思索。1813年，在一次光学实验中，弗朗禾费改装了经纬仪。他在原始经纬仪的物镜前加入了一块棱镜，棱镜会将白色光折射成组成它的彩色光和太阳光谱的黑色线，通过调整经纬仪与黑色线之间的交叉影线，就可以获得每条黑色线的非常精确的角度。弗朗禾费在暗室的百叶窗上开了一条狭小的缝隙，太阳光可以透过缝隙照射在棱镜上，透镜后面是经纬仪的小望远镜，这种仪器所展现的光谱与他在灯光光谱中看到的亮线不同的是，太阳光谱中出现了很多条黑线，这种暗线前后共有574条，他把最明显的26条从A到Z按顺序编排，这就是一直沿用至今的“弗朗禾费暗线”。长时间的孤独探索，已经使他成为一个典型的技术宅，他的实验能力得到了充分发挥，有了自己的光学实验室，发现太阳光谱中的这一年，他26岁。26岁，是判断一个物理学家能不能青史留名的关键年份，一般来说，26岁之前出名的

物理学家，多数有两把刷子，不可能靠忽悠欺世盗名，比如爱因斯坦就是26岁的时候发现了狭义相对论和布朗运动的统计秘密，从而奠定了自己的江湖地位。

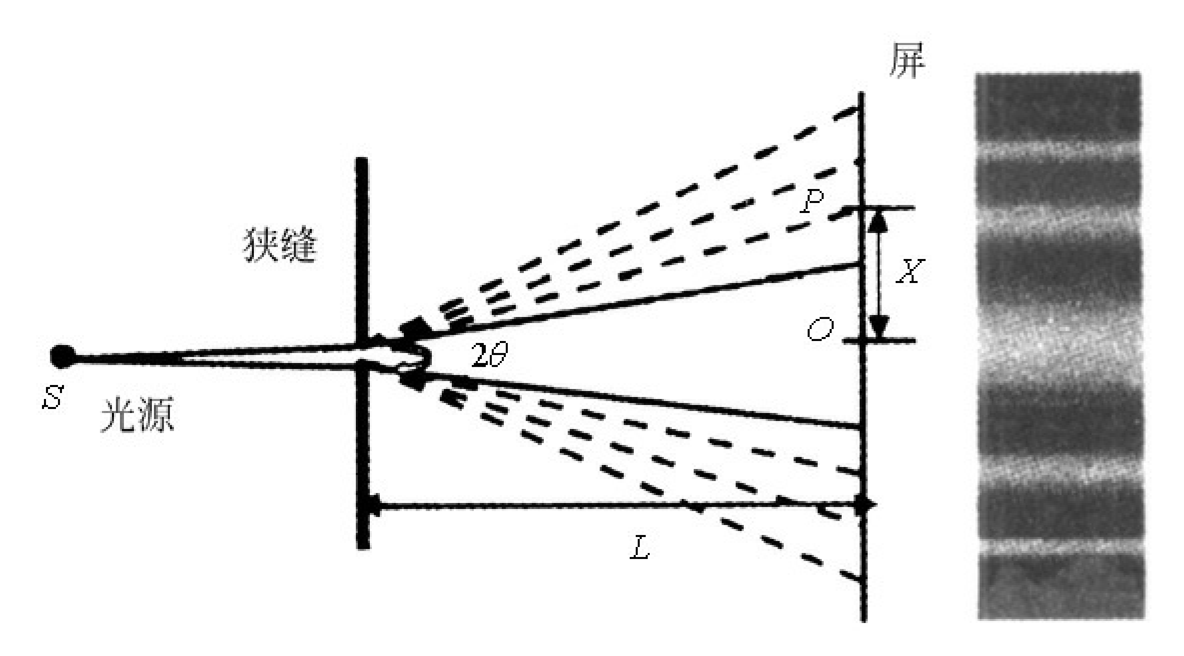
这些黑线，到底是怎么产生的呢？为什么会这样？

弗朗禾费黑暗线的波长主要有486nm，527nm，589nm，656nm，688nm，760nm，这些黑暗线其实是由于太阳大气对光谱的吸收，一般来说，弗朗禾费暗线宽度不到1nm——要探测到这些暗线，所需要的光谱仪器需要较高的分辨率。其实，后来人们可以看到，地球大气也能对太阳光形成吸收，一般的光谱仪能够探测到688nm和760nm这两个地球上的氧气对太阳光的吸收形成的弗朗禾费暗线。可惜的是，弗朗禾费黑暗线的重要性一直没有被物理学历史学家隆重指出，人们对弗朗禾费的宣传，也往往只停留在单缝衍射上，弗朗禾费单缝衍射是被所有的《光学》教材提及的。而弗朗禾费黑暗线实际上是必须用量子力学才能解释的现象——这是人类历史上第一次看到量子力学的背影。

从历史的角度来看，这个时候的德国著名数学家高斯（Johann Carl Friedrich Gauss，1777—1855）也还很年轻，他只比弗朗禾费大10岁。当他还是一个22岁的青年的时候，他完成了博士论文，证明了代数基本定理——这个定理说，n次多项式方程总有n个复数根。在高中的时候，大家一定已经学过一元二次方程的求根公式，高斯证明的这个代数基本定理是一元二次方程的一个推广，该定理表明只要是多项式方程总是存在着解，你根本不需要担心方程在复数范围内会没有解。不过这个定理并没有说明如何寻找到那些解——如何寻找那些解答的程序成为历史悬念，后来被两个年轻小孩解决，一个是阿贝尔（N.H.Abel，1802—1829），一个是伽罗华（E.Galois，1811—1832）。高斯的这个定理在数学上叫做存在性的证明，虽然不具有操作性，但一般也是非常深刻的。高斯证明的这个定理不但使得他的博士学位含金量奇高，而且也可以用到以后出现的量子力学理论中，因为这个定理表明，一个n乘n的矩

阵，它的特征多项式就是一个n次多项式方程，这个方程有n个根。而这n个根，往往就是一个量子力学系统的离散特征值。

高斯是这个早期英雄时代的主旋律，他的思想博大精深，对数学和物理都有研究，因此他就好像是一条长江，是主流。而其他的英雄人物，则构成了他的支流。



高斯时代的另外一条支流，是同时代在法国的傅里叶（Jean Baptiste Joseph Fourier，1768—1830）。

这个傅里叶并非那个空想社会主义学家傅里叶，而是一位著名的数学家，半个物理学大师。用傅里叶的话来讲，弗朗禾费实际上是发现了连续频谱之中缺失的几根小线条（这些离散的线条可以看成是离散谱线）。不过当时他们在两个敌对的国家，一个是法国人，一个是德国人，命运各自流转，天各一方，也没有国际交流的机会，因此，彼此不了解对方所做的学问。

傅里叶其实也研究太阳光，他是万般渴望温暖的人，更广义地说，他研究的是温度和热量……

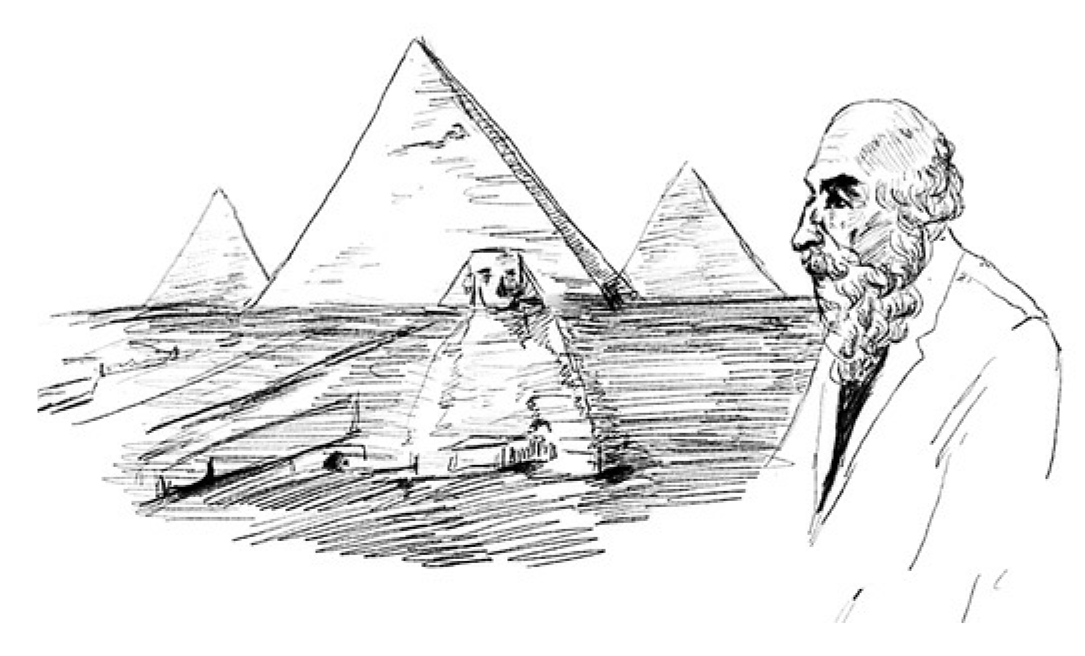
温度和热量，这在那个时代对数学家来说，还是很不容易搞清楚的几个物理概念！他们中的代表人物傅里叶，却要在这条路上走进一个神

秘莫测的世界……

（2）

很多年以后，当傅里叶在官场几经宦海沉浮，在拿破仑与路易十八的城头变换大王旗下左右摇摆如墙头草，打击掉各种政治对手时，他是否还能回想起1789年跟着拿破仑远征埃及的那段青葱岁月……

金字塔在沙漠里苍凉地矗立，冷峻而斑驳，漫天是飞舞的黄沙，让人睁不开眼睛，大漠的落日下，戈壁滩上有几只乌鸦在天际盘旋，似乎在寻找战死沙场的尸体……一个30岁的青年用他那凝重的眼神深邃的双眸望着金字塔的狮身人面像出神，他的胡子已经很长，脸上写满风尘的疲惫。



金字塔前思索的科学家　绘画：贾宁

这个时候的傅里叶不是一个文艺青年，而是一位数学家、物理学家。傅里叶在很小的时候就失去了双亲，在贫穷中度过少年时代，在免学费的军校里读书成长。

拿破仑那次远征埃及，带着一个庞大的学者团，一共有165位学者

和专家，其中研究方向有地质、植物、动物、数学、物理等，各行各业，无不涵盖。拿破仑还册封自己为“法国科学院院长”，仿佛这次他不是来打仗，而是来搞学术研究的。傅里叶只不过是165名学者专家中的一位，他与著名数学家蒙日一起，主管军队的文化宣传工作。他本来也许不会在历史上留下名字，但这次埃及之行改变了他的命运：他得病了。埃及热带气候里的蠹虫和蚊子使得他得了一种很严重的病，这种病叫黏液水肿——一种让人总是感觉寒冷的疾病——也许是一种疟疾吧。

从法国到埃及的这次远征一事无成，但改变了傅里叶，他得了那个病以后，总觉得非常寒冷。于是，3年以后，当他从埃及回到法国，他被拿破仑任命为地方行政长官。在夏天他也要穿着厚厚的棉袄。因为实在是太冷了，冷得实在受不了的时候，他决定研究一下地球是如何获取热量的。如果他不叫傅里叶，学术界也许会忘记这个问题。当时傅里叶得出的结论是：尽管地球确实将大量的热量反射回太空，但大气层还是拦下了其中的一部分并将其重新反射回地球表面，所以，地球上的大气层有保温的效果。



傅里叶

傅里叶每天花大量的时间研究热量的传播问题，并提出了处理这种热量传递的数学工具：热传导方程。这个事情其实也不难，因为当时与拿破仑关系很不错的另外一位数学家拉普拉斯也提出了一个描写引力势能的偏微分方程，叫位势方程。傅里叶的热传导方程与位势方程的样子长得也差不多，前者是抛物型的方程，后者是椭圆型的方程。

他根据这个热传导的方程出版了一本很重要的书，堪比前辈牛顿的《原理》。这足够验证一句古诗“江山代有才人出，各领风骚数百年”。傅里叶的书影响了一代又一代人。书的名字就叫《热的解析原理》。在这本书中，他基本发明了一种新的方法，也就是频谱分析的方法。

傅里叶研究了热传导的问题以后，意犹未尽，顺便也研究了一下热辐射问题，比如说一个炉子所发生的热辐射到底满足什么物理规律。不过在这个热辐射问题上他完全没弄清楚是怎么回事——这就留给普朗克这些后来人来完成了。

在傅里叶的著作中他提到了一个很重要的概念，这个概念就是“傅里叶变换”。就好像白色的太阳光通过光栅或者棱镜可以色散为七色彩虹一样，傅里叶变换其实就是把任何一个信号转换成光谱的形式。光谱具有不同的频率，所谓频率，其实是单位时间内完成振动的次数，是描述振动物体往复运动频繁程度的量。傅里叶变换就是把振动随时间的复杂变化，转化为几个特征频率的线性组合。

同时在量子力学中，傅里叶变换也是把坐标表象和动量表象联系起来的工具，换句话说，傅里叶变换和矩阵一样是量子力学发展历史上一个绕不过去的存在。

写完《热的解析原理》这本奇书，傅里叶就不再做学问了，他开始更加努力地走行政路线。他在官场里浮沉，担任一个地区的行政长官，他的职责包括征税，征兵，执法，执行巴黎政府的其他命令，撰写政府工作报告。

（3）

弗朗禾费和傅里叶一样，都没有结婚。他后来成为一家光学仪器公司的总经理，销售他们公司自己做的光栅。虽然生活还算宁静，但太阳光里的离散暗线来源似乎是一个不小的难题，难住了弗朗禾费以及其他的很多人，这是新时代巨人扣开房门之前的沉闷脚步声。上天并没有给弗朗禾费更多的时间，作为光学家的弗朗禾费在有生之年还匆匆地干了不少事情，除了制造光谱仪，他留下了平行光线通过一个狭缝以后留下的衍射花纹——弗朗禾费衍射花纹。虽然早在中国的春秋战国时代，墨子他们已经发现，光线通过狭缝的时候，有的时候会出现小孔成像——在读初中物理的时候，我们就知道，这是“倒立的实像”。这事情只被做了一半，到了后来，弗朗禾费他们就注意到，如果这个狭缝开得很小很小，那么就可以看到衍射花纹，就像太阳光照到肥皂泡之上的那种五颜六色的花纹。

39岁那年，终生未婚的弗朗禾费离开了这个色彩斑斓的世界。他再也看不到这个世界的阳光和暗线。

当1807年已经凝固在时空长廊里，经常感觉寒冷的傅里叶正在油灯昏黄的灯光之下用鹅毛笔蘸着墨水写下热量传播的方程，并且他解出了这个微分方程——神奇之处在于，他可以用他的方法把微分方程变成简单的代数方程。

1807年的研究傅里叶翻开了历史的新篇章。而究竟什么是热量什么是热辐射这些问题还一直困扰着19世纪的人们。热量，热辐射，光？千头万绪涌上心头，而此时我们站在21世纪的山顶，回望来时路，看到的19世纪是山腰上的一座孤城。城上风光莺语乱，城下烟波春拍岸。风景很好，我们要慢慢欣赏那两位钻石王老五所留下的杰作。这里面有错综复杂的历史关系，也有思想上的激情澎湃和低潮期，读者们可都要做好准备了！

2　监狱里的群论

（1）

如果把1799年高斯写成他的博士论文那年作为英雄时代的开端的话，则之后的历史发展有一条清晰的潜规则，那就是数学往往在物理学之前先走一步。而在数学上，大约在1830年，伽罗华的稿件跟着傅里叶一起下葬以后，人们也跌跌撞撞地进入了群论的时代。

千年以前，人们开始研究代数方程，或者说是多项式方程。形如$2^x+3^x=1$，这样的方程不算是多项式方程。多项式方程即在方程中的每一项都是由x的n次方项组成的。例如，一元二次方程就是一个多项式方程。数学天才高斯严格证明了代数基本定理，即n次代数方程f（x）＝0成立，那么它必然存在n个复数根。但是真正在技术上求解n次代数方程，并不是很简单的一件事情。

数学史上一点一滴的进步，都凝结了前人的心血。即便历史容易被人忘却，一些英雄的名字依旧会被铭记。方程论上最早的英雄塔塔里亚（Nicolo Tartaglia），就在技术上解决了三次方程的求解问题。

塔塔里亚掌握了三次方程的解法，却没有发表。每天压在枕头底下暗爽，结果被人剽窃了。世道浇漓，剽窃的人反而成了当时该领域的学术带头人。塔塔里亚很是愤懑，1530年他约对方在米兰大教堂各出30道三次方程题目进行解题比赛。这场比赛观者千人，盛况空前，一时赚得娱乐圈和学术圈的头版头条。结果塔塔里亚大获全胜，对方一题未答。此事也成为剽窃史上的空前丑闻，让后人引以为戒。三次方程的解法尘埃落定，更多的人发起了对三次以上方程的挑战。

1824年，高斯48岁，功成名就，除了夫妻关系不怎么和谐，其他一切都还不错；伽罗华13岁，正在成长为一个愤怒儿童，他的父亲是拿破

仑的支持者，也卷进了法国大革命城头变换大王旗的洪流之中。与此同时，在北欧半岛的挪威还发生了一件默默无闻的小事，22岁的阿贝尔（Abel）自费出版了一个小册子，在这个小册子中他证明了对于$n\geq5$的n次代数方程，一般并不存在根式解。故事围绕着这些人展开。

（2）

阿贝尔是挪威的一个穷牧师的儿子，18岁那年，父亲去世，他差点因此上不起大学。当他还在中学时就开始着手探讨高次多项式方程的可解性问题——在初中的时候一般就会教授一元二次方程的求根公式与韦达定理，但更高次的方程的求根公式在中学里一般是不讲解的，在当时的欧洲也是这样的——阿贝尔后来上了大学，开始写更高深一些的文章，但命运不济，他写的关于椭圆函数的论文被巴黎科学院打入了冷宫。阿贝尔并没有放弃，又在不久以后发表论文证明了一般五次以上的代数方程，它们的根式解法是不存在的，只有某些特殊的五次以上的方程，可以用根式解法——这件事情后来在中国也引起一段故事，当时还在小杂货铺里算账的华罗庚就以一篇《论苏家驹之五次代数方程解法之不可能成立的理由》引起数学家熊庆来的注意，当时的华罗庚只有初中文凭，但从此进入清华大学，开始了波澜壮阔的数学人生——话说回来，当时阿贝尔这个文章没有引起别人的注意，阿贝尔于是急中生智，自费出书，并想借由这本书敲开高斯家的大门，于是，他把这本书邮寄给了身在德国的高斯。



在监狱里计算　绘画：张京

“如果高斯读了我的书，一定会惊艳于我的天才，他一定会约我，叫我去做他的帮手……”书邮寄出去以后，年轻的阿贝尔天天等着高斯的回信，他做着他的挪威梦。

然而高斯无情地粉碎了阿贝尔的梦。

没有回信。

寄出去的信好像是一块大石头沉没在无尽的深海……

急不可耐的阿贝尔亲自跑去哥廷根，想为自己的天才讨个说法。可是却没有见到高斯，伤心绝望之余，他跑去了柏林……

27岁的阿贝尔回到挪威，却得了肺结核，临死的时候贫病交加，除了一个女朋友愿意跟着他，其他几乎一无所有——这也不由得让人想起来那个在战后日本的废墟上自杀的天才数学家谷山丰。

天才生于寒冷，濒死之时，柏林大学邮寄出了给他的聘书，聘他去做教授。然而病重的阿贝尔并没有看到这封来信，一切都来得太晚了……

阿贝尔的理论对后世有着巨大的影响。他的研究成果在他死后轰动了世界，延续了3个世纪的五次方程难题终于获得了解决。然后问题却

似乎变得更加复杂了，究竟哪些方程可用根式解，哪些不能？这个更为深奥的问题浮出了历史的水面。

命运的齿轮似乎总在延续着惊人的巧合。阿贝尔去世的前一年，19岁的法国数学家伽罗华也写了一份论文交给法兰西巴黎科学院。他用一个新的方法阐述了能够根式求解的代数方程的条件，这是高斯博士论文的延伸，是一种对于求解方程可操作性的朦胧想法——基本意思就是寻找那个保持韦达定理的数学变化，重新排列根的位置与顺序，当保持韦达定理不变，这就好像一个大家族的男女在拍照合影，但保持各对夫妻关系家庭不变一样。

但是伽罗华的文章太过前卫，在别人看来有些南腔北调，不知所云。投稿2次，人家竟然把原稿给丢失了——前面讲到的傅里叶也得到过这个文章，但还没有仔细审稿就病死了。

很明显，伽罗华是另一位具有杰出才能的法国数学天才，他的出现在一定程度上也是法国大革命的成果。自从巴黎人民攻占巴士底狱，解救出八个政治犯后，法国就从封建王朝进入了资本主义社会，各种大小资本家们粉墨登场，最著名的就是以罗伯斯皮尔为领导的雅格宾派，在法国实行的红色恐怖主义的革命，杀了很多人……这是伽罗华来到这个世界之前的20年，法国社会乱象丛生，思想界也异常活跃，在这个“旧制度与大革命”的夹缝中，出现了一个数学的奇葩。

1811年10月26日，伽罗华出生在法国巴黎一个小市镇上。这个时候的法国，已经进入了拿破仑时代，不过离他穷途末路也只有3年了。1830年，21岁的刘维尔还是巴黎综合技术学校的学生的时候，他就写了一篇《热物理数学理论研究》的论文来申请当时巴黎科学院的最高数学奖，当时与他一起申请这个奖金的竞争者之一就是伽罗华。

很多年以后，以刘维尔名字命名的“斯图母-刘维尔方程”给出了后来所有量子力学系统中的能级。不说刘维尔，就说这个伽罗华从17岁就开始研究方程可解性问题，他实际上是创造性地提出了用群论的方法来

处理这类问题。所谓群论就是研究对称性的一门学问，其实很多时候人们早已经在利用对称性来处理数学和物理问题。比如在高中的时候，一些搞过物理竞赛的同学会被要求去计算一个正方体的处于体对角线上的两个顶点之间的电阻，这个正方体的每条边长的电阻是1欧姆。这个问题其实就是有对称性的，处于对称地位的点，它们一定具有相等的电势，所以可以合并成一个点，这样就可以很快求出这个系统的电阻是5/6欧姆。

在本书的附录中，我们也提到一个用相似三角形的对称思想来得到狭义相对论的“时间膨胀公式”的工作——这个公式解释了所谓“天上一天，地上一年”的现象，这个工作同样是考虑了狭义相对论中关于参考系的对称性质而得到的精彩结论。（当然关于相对论的基本思想与内容，我们将在本书的第二部分加以介绍。）

前面已经说过，伽罗华也具有同样的思想，但是他更加深邃，他把方程的根看成是相互平等的对象，然后来研究这些根保持韦达定理运算的那些对称变化……最后，伽罗华得到了一个后世人以他的名字命名的定理：一个多项式方程如果是可以用根式求解，那么这个方程的伽罗华群是可解群。所谓可解群也就是说，这个群模去它的子群后得到一个商群，这个商群总是阿贝尔群。

就这样，离散群论就因为处理代数方程的问题而诞生了。

（3）

那这与本章标题里的监狱又有什么关系呢？

话再说回到性格倔强的伽罗华，他比阿贝尔更加生不逢时，他3次把研究论文交法国科学院审查，都未能得到及时的肯定——直到1846年，他去世14年以后，才由刘维尔在自己控制的杂志上刊登了当年一起参加竞赛的这位伽罗华同学的文章——不仅如此，由于伽罗华热烈支持

和参与法国“七月革命”，在他进入巴黎高等师范学校的第一年就被开除学籍；当时的法国巴黎各派政治意见不合，习惯卸下门板，在街道上筑起街垒，互扔石头。这个时候拿破仑倒台，各种派系重新想轮流上台，开始又一场轮盘赌。伽罗华的父亲是追随拿破仑的，身为镇长的他由于被政治对手陷害，自杀了。

伽罗华也在这乱世的挣扎中因为共和党的一些思想与言论坐了几次监狱，所以，他的一些数学思想是在牢房里诞生的。

最后一次坐监狱，是漫长的8个月，在监狱里，他对群论的思想有了比较清晰的总结。在出狱后的一个月，21岁的伽罗华在一天晚上，为了一个女人，答应与人决斗。预测到可能遭遇不测的他在油灯下匆忙地写下了群论的纲领。这个纲领也算是一个遗言，在某个地方他写道：我的时间不多了……

第二天这位天才在决斗中牺牲。

1832年5月的这天。一轮血红的残阳挂在某一棵枯树的枝头。

整个世界都在哽咽。

阿贝尔和伽罗华皆在年轻之时就离开人世，然而他们对数学的影响却无比深远。他们对天才的年轻人有很好的示范作用，特引用歌词一首，以表哀思：

原谅话也不讲半句此刻生命在凝聚

过去你曾寻过某段失去了的声音

落日远去人祈望留住青春的一刹

风雨思念置身梦里总会有唏嘘

若果他朝此生不可与你哪管生命是无奈

过去也曾尽诉往日心里爱的声音

就像隔世人期望重拾当天的一切

此世短暂转身步进萧刹了的空间

青春请你归来再伴我一会

（4）

伽罗华的工作为群论奠定了基础——群论同量子力学和相对论有着密切的联系，这差不多是20世纪数学物理的主流之一。但19世纪的上半个世纪，群论的思想刚刚浮出水面，没有人可以预见到群论将来会和物理学有如此紧密的关系。

离散的群，就是说，群中的元素是有限个的，而连续的群，群元素则有无限多个。这需要另外一个数学家来发展它，当然是出于其他的目的。

挪威并不是一个泱泱大国，但它孕育了杰出的数学家阿贝尔。另一位大名鼎鼎的数学家索菲斯·李（Sophus Lie，1842—1899）也出自挪威。其所发明的李群就是一种连续群，是研究相对论的基本数学工具之一。

索菲斯·李，他已去世八十年了。他的伟大工作完成于1880年，那时候他也还年轻。

1870年普法战争爆发——俾斯麦再度发力，他想要统一德国，除掉奥地利，在这个过程中他首先要打击强大的法国——当时年轻的挪威数学家索菲斯正在法国漂泊。他操着带普鲁士口音的法语。法国人认定他是普鲁士奸细，把他投入监狱。由于法国战败，形势一片混乱。当索菲斯的法国朋友最终找到关他的牢房并成功地使他获释时，那是1877年，他正静居囚笼，搞出了新的数学发现——他秉承了伽罗华在监狱里做学问的风格，但希望把群论的方法推广到求解微分方程，结果他也成功了。但索菲斯一直很失望，因他的工作没得到世俗的承认，他曾经为此而苦恼……等他后来稍有地位，他竭尽他的能力，整理出版了他的同胞阿贝尔的文集，他在监狱里的时候，第一个想到的人，是伽罗华，第二个想到的人，正是阿贝尔。

李群理论的奠基，也为后来的量子力学和相对论的发展奠定了数学上的基础，这好像是一股潜伏在大洋深处的潜流，在缓慢流动。

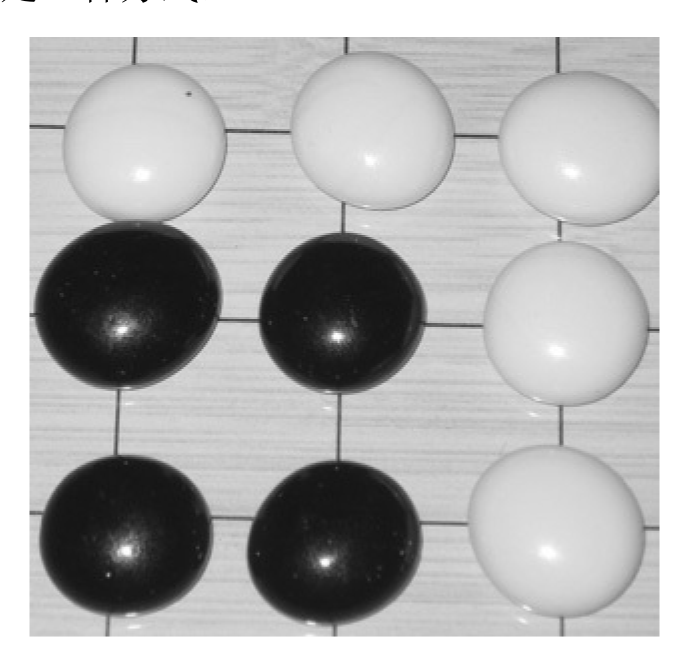
外一篇　伽罗华的死因考证，群论和组合数学

曾经也有人说他死于政治谋杀，总之愤怒青年伽罗华在政治上肯定只能算是一个无意义的炮灰，那位引起决斗的“风骚女人”，有人说是一位妓女，也有人说是一位政府密探、内奸，据最近的研究普遍认为她是伽罗华出狱后居住的旅店的医生的女儿——这个人物在历史上很隐秘，类似于我们后面要讲到的与薛定谔一起去滑雪的那个女子一样，姓名很难考证。伽罗华为了她主动挑起决斗。和伽罗华决斗的人是谁？伽罗华在遗书中说约他决斗的是两名“爱国者”。根据大仲马的回忆录，决斗者是当初被捕的19名军官之一德艾尔宾维尔。但是根据决斗几天后一家报纸的报道，与伽罗华决斗的是和他一起被捕的“人民之友社”成员、他的好友杜沙特雷。不管究竟是谁，这两人都是狂热的共和党人，也许不是政府安插在共和党人中的内奸——内奸名单曾在1848年被公开，这两人都不在其中。由于是朋友决斗，所以没有采取手枪对射的方式，而是采用“俄罗斯轮盘赌”，用枪口互相顶着对方开枪，其中只有一把枪装着子弹。因此伽罗华的决斗似乎不太可能是一场政治阴谋，而是由于一次恋爱事件。伽罗华之死被后人过度渲染，也形成了数学历史上少见的一段浪漫传奇，但无论如何，这死亡事件对伽罗华个人还是对科学发展而言，都是一场大悲剧。伽罗华如此轻生，也许与他因怀才不遇而厌世有关。他曾经两次报考被视为法国最高学府、大科学家云集的巴黎综合理工学院（该校当时的教授包括拉格朗日、拉普拉斯、傅里叶、泊松、科里奥利这些在科学史上声名显赫的大科学家），却都落榜，第一次是由于没有做好考试准备，第二次是由于顶撞考官。不得已才去上较差的巴黎高等师范学校。从此他就有了受迫害妄想。

再说回到群论。总之，所谓的群论，就是把很多操作看成是群里面的元素，比如下象棋，棋手每走一步棋，棋盘上的棋子的分布就会发生改变，那么棋手每走一步棋就是一个操作，这些操作在象棋的法则下构成了一个“群”（当然这只是一个比喻，不是严格的）；再比如，玩过魔方的人应该会有所体会，如果你把魔方的每一个面涂上数字，那么你每转动一次魔方，就是一个操作，这些操作很有可能会构成一个离散群。在量子力学中，人们为了研究晶体，处理那些有规则的多面体晶胞，也用到了同样的方法来研究它们的对称性。

群论的思想，起源于一些组合数学问题。人们在考虑一些数学问题甚至游戏的过程中，都可能会遇见对称性，这些对称性是很直观的。比如下图中的围棋放置办法，棋盘旋转90°以后是完全等价的。根据群论的办法，我们还可以求解以下问题。

问题：9个围棋，4黑5白，放在一个3×3的棋盘顶点，做任何刚性变换后，分布不重合的算一种，问移动棋子后，有几种不等价的放置方式？（如下图算是一种方式）

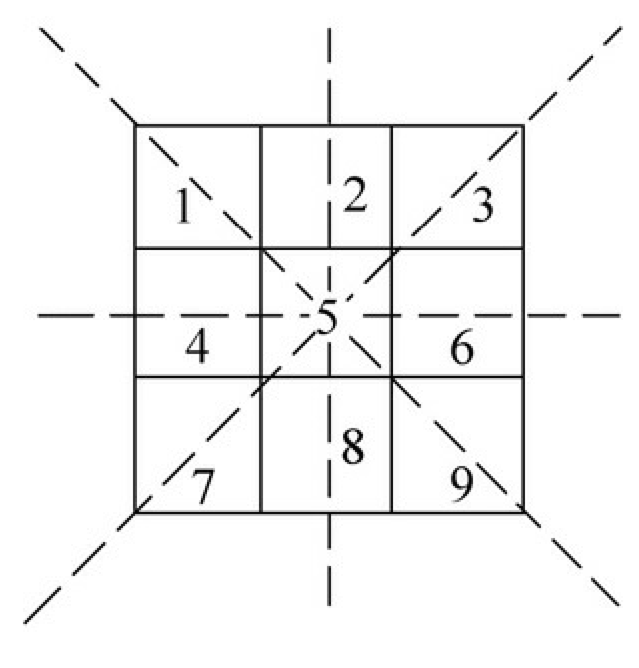


围棋

解答：以上问题可以转化为给3×3的格子染上颜色，4黑5白，做任何刚性变换后，分布不重合的算一种，有几种不等价的染色方式？

1	2	3
4	5	6
7	8	9

首先要分析一下它的对称性，这个正方形共有8个对称操作，3个旋转，4个反射，再加一个不操作（即恒等操作，旋转0°）。



四个反射操作

7	4	1
8	5	2
9	6	3

9	8	7
6	5	4
3	2	1

3	6	9
2	5	8
1	4	7

分别旋转90°，180°，270°的三个旋转对称操作

于是置换群G可以写成（群元e表示旋转0°，第2个群元（1793）（4862）（5）表示旋转90°的操作：把原来的1号变成了7号，把原来的7号变成了9号，把原来的9号变成了3号，把原来的3号变成了1号；把原来的4号变成了8号，把原来的8号变成了6号，把原来的6号变成了2号，把原来的2号变成了4号；保持5号的位置不变……以此类推，就可以把整个群G用数学符号表达出来）。

G＝{e，（1793）（4862）（5），（1397）（2684）（5），（19）（73）（46）（28）（5），

（13）（46）（79）（2）（5）（8），（17）（28）（39）（4）（5）（6），

（24）（73）（86）（1）（9）（5），（26）（19）（48）（3）（7）（5）}

我们根据这个群G的性质可以求出，对4黑5白的围棋来讲，一共有23种不等价的放置方式。

3　爱因斯坦与玻耳兹曼，马赫

（1）

新时代（也就是20世纪）渐渐地走近了，当镜头拉近，我们可以在巴黎街头车水马龙的流转中看到隐藏的时代背景：经过拿破仑的攻伐和普法战争的失利，一贯喜欢闹事的巴黎人民建立了昙花一现的巴黎公社，随即被扑灭……德国的一个铁血的人物，他就是大名鼎鼎的俾斯麦（Otto von Bismarck，1815—1898）已经定型，他统一德意志并把德国带进了全面的军事化，这为第一次世界大战埋下了伏笔。这是一个渐变的乱糟糟的时代。这个时代的物理学也在发生静悄悄的变化，在这变化中有一个历史的横截面，那是1879年，这一年，爱因斯坦在德国的一个小城诞生。

爱因斯坦在未成天才之前，又是怎么样的一个人呢？

1894年，爱因斯坦15岁，一个人留在德国读中学，他的父母一开始在德国，后来跑到意大利开设电器设备工厂，其规模都不大，订单少得可怜，与之竞争的著名企业有西门子公司等——当时西门子公司也没有现在那么大，但因为能够承接到慕尼黑等城市的电报市政工程，所以逐渐发家，做政府项目的赢利能力确实很不错的。

爱因斯坦并不喜欢做生意，他对家里的电器设备的原理掌握得还行。而且爱因斯坦是一个天生的自由主义者，他视任何纪律生活为仇，他不想服兵役——于是他开始考虑如何逃避兵役。他想翻过阿尔卑斯山马上离开德国去意大利跟父母团聚，他不想再做德国人。

“爱因斯坦，谁叫你不幸生在德国！”爱因斯坦在心里说。

1894年，未来的迷茫和混沌笼罩着年轻的小爱因斯坦，不知道何去何从。当时德国社会的军事化气味太浓了。国家领导人全着军装，整个

国家都像是穿着制服，让爱因斯坦渴望自由的心灵受到了莫名的压抑。2个月以后，爱因斯坦拿到一张医生开具的证明，说自己神经太衰弱，已经不能再读书了。于是，他被学校开除了。爱因斯坦成功地来到了意大利，度过了自由自在的一年。

这个时候爱因斯坦连中学毕业的文凭都没有。



绘画：张京

接着他来到了瑞士，去读高考复读班。他找到的一个学校，名字叫做阿劳中学。他租住在别人家里。房东不是别人，正是阿劳中学的校长。校长是一名教授，名叫温特勒。住在温特勒家里，爱因斯坦跟打了鸡血似的天天都很兴奋，因为校长家有一个小女儿玛丽，长得很萌，虽然不懂物理学，但却是一个很好玩的可爱姑娘。爱因斯坦就这样不由自主地陷入了情网，玛丽成了爱因斯坦的初恋女友——这两人在墙根偷偷拥吻。

1896年的爱因斯坦还是一个小人物，他通过放弃德国国籍来打破他心中的旧社会，他成了一个无国籍的人士。这一年，他与初恋如胶似漆如火如荼。

总之对爱因斯坦来说这是甜蜜的一年！

他还不知道20年后会是什么命运等待着他！

（2）

当时的学术圈里，其实还是有几个高手的，这几个高手相互较量，他们想要得到一个关于原子的基础理论。这也暗示着，新时代应该有一套关于微观世界的完整的学术理论。



玻耳兹曼

这其中一个高手就是玻耳兹曼（Ludwig Edward Boltzmann 1844—1906），玻耳兹曼是奥地利的物理学家，专攻统计力学。统计物理好像物理学中的宏观经济学，研究的是大量原子的集体行为，所以很有一点难度。玻耳兹曼研究这个学问的时候有一个单纯的信仰，他相信原子的存在，虽然他从来没有观测到过原子——就是在现在这个时代，要想看到原子或者离子也是非常困难的，需要使用扫描隧道显微镜或者通过致冷型的荧光CCD摄像机才可以看到，这类典型的产品可以参考美国PI仪器公司的产品。

那是19世纪晚期的奥地利首都——维也纳，有着写下《一个陌生女人的来信》的茨威格和新年音乐会的金色大厅，这些也许代表了大部分中国人对这个城市的所有认识，这也是这个城市的灵魂之所在。其实单就音乐而言，奥地利还有天才钢琴家莫扎特。但是很多人也许并不知道，奥地利也是一个物理英雄辈出的国度。玻耳兹曼，以及本书后面将写到的薛定谔和泡利，他们便是来自维也纳的三剑客。依据他们的秉性，我们大概可以分别称呼他们三人为忧郁哥、多情哥和犀利哥。

忧郁哥坚定地相信原子的存在。

什么是原子呢？

古希腊时代的哲人认为原子是万物组成的最小单元，若用一把无比锋利的小刀去切割一块橡皮，小刀切下去直到橡皮不能再分，剩下的东西就是原子——这种最朴素的原子观念。而在古希腊时代的哲人的心目中，一个苹果和一块橡皮的本质区别仅仅在于相同的原子的不同排列——当时还有哲学家发现原子在空间能排列出来的正多面体只有5种，优美的空间排列结构非常稀少。现在看来这种关于原子的说法无比简陋且不够严谨，门捷列夫在19世纪中叶就开始得到元素周期表，说明元素其实是分门别类的，但古希腊哲学家们关于正多面体的结构研究则意味深长——这与三维欧氏空间中的离散群论有关。

到了后来，原子的观念有了一些变化，其被分为不同的品种，但不是因为它们构成的空间结构不同，而在于它们的化学性质不同（主要是起源于核外电子总数与最外层的电子数），它们共同构成了一张元素周期表。

但是，在19世纪晚期20世纪初这个新旧时代的分水岭，还是没有人能够通过各种物理实验或者化学实验直接用人的眼睛去看见原子。所以学术圈对玻耳兹曼所笃信的原子观念有一种天然的排斥。关于原子的概念，与之相关的典型物理问题是比热问题，在初中物理课本中也是最早讲的吸收热量与比热容的那个Q＝CMΔT这个公式，其中C是比热，M是

质量，ΔT是温度的变化，这个是关于热量与温度之间的第一个典型公式。早在1819年，原是化学家的杜隆（P.L.Dulong，1785—1838）和物理学家珀替（A.T.Petit，1790—1820）进行了一系列测量物体的比热实验。他们选择的对象是各种固体，比如金子、银子、铜块和钻石。他们在室温下做了大量实验，积累了大量数据，对于许多物质总结出一条经验规律："所有简单物体都精确地具有相同的比热，每摩尔（注意不是每千克！）的物质温度升高一度需要大约25焦耳（大约是6卡，因为1卡等于4.2焦耳）的热量，金子、银子和铜块差不多一样，但是，钻石不是这样的……"当时他们无法解释为什么钻石的原子比热和大部分贵金属的原子比热差异那么大。当然，那时候的钻石还不值钱，女人们在结婚的时候也不要求男方送上钻戒。原子比热问题的最终结果，需要量子力学完善以后才能得到彻底解决，这是物理上悬疑的一方面。

1863年，这个叫玻耳兹曼的大学生进入维也纳大学学习物理学和数学专业。物理学院的斯特番（J.Stefan）是一个不错的物理学家。当时，斯特番是物理学院院长、数学和物理学教授，在斯特番的悉心指导下，玻耳兹曼学到了气体和辐射方面的基础知识，他们两人后来一起创建了黑体辐射理论的积分表达：斯特番-玻耳兹曼定律。这个定律说的是，一个黑体的辐射功率与温度的四次方成正比——所谓黑体，就是那些与外界处在热平衡状态下发出辐射的物体，比如太阳、钢水，甚至以后我们会讲到的宇宙微波背景辐射，都是典型的黑体辐射。举一个例子，太阳的温度是由于太阳上的氢弹爆炸产生的，它的温度大概是5000℃。假设太阳上每秒钟内有2颗氢弹爆炸。那么，我们可以估计出，另外一个同样大小的恒星，如果其温度是10000℃，那么根据斯特番-玻耳兹曼定律这个恒星上每秒钟差不多有2^4，也就是每秒有16颗同样大小的氢弹发生爆炸。

玻耳兹曼大学毕业后成了斯特番的助手，同时继续读博士，最后自然也成了教授。在得到斯特番-玻耳兹曼定律以后，玻耳兹曼开始想建

立一个关于统计物理的完整的理论，他的理论模型中，最核心的观念就是原子的存在性。玻耳兹曼相信原子存在——这成为他基本的人生信仰。也恰恰是因为这个信仰，导致他一直都很忧郁。那时的他在大学里做物理教授，就如同每个江湖故事中的高手都有一个对手一样。与他PK的对手是马赫（Ernst Mach，1838—1916）——他的同事，此人被青年时代爱因斯坦视为偶像和精神导师。

马赫认为，原子既然肉眼看不见，也不能用实验检测出来，那么所谓原子就根本不存在。马赫的观点现在看来也是不无道理的。在现在的量子理论中，也非常重视可观察的物理量，不能被观测到的，那就不是物理量，如果是理论要求不得不存在的，那就只能称之为“鬼量”或者“鬼场”。单就马赫的观念——一个不能被探测到的东西，就是不存在的。这种说法无疑是非常符合现代的物理学理念的。但这里面其实有2个层次的问题，一种是原则上不可以被测量到，比如说一个量子的叠加态——以后我们会说的薛定锷的猫态——你一测量，就会被破坏。还有一种就是因为仪器与技术的局限，使得暂时不能被测量到的，比如说原子，三聚氰胺分子——这些东西随着技术的进步，通过特定科学仪器，最终是可以被测量到的。因此，马赫把这2个层次的问题打包到一起，抛给了玻耳兹曼。（作者注：可观测与不可观测还有第3层的概念，那与时空的结构有关，比如因为宇宙大爆炸以来的时间是有限的，光的速度也是有限的，所以我们只能看到有限的宇宙，看不见的那部分被称为不可观测的宇宙，在我们的视界之外。）

那为什么原子不能被光学显微镜看到呢？

因为可见光的波长大概是400～800nm。为什么有的光人的眼睛可以直接看到，有的光人的眼睛看不到？这是因为人类是在太阳系这个环境中进化出来的，太阳作为一个黑体辐射的光源，其表面温度是5800℃，而根据维恩位移定律则可以算出，太阳光辐射的最大辐射波长在500nm附近。所以人的眼睛对500nm为中间值的光波长范围最敏感，

肉眼可见的光波长范围为390～780nm。1nm＝10^{-9}m，而原子的大小大概是0.1nm，所以，光波长很容易绕过单个原子，于是，原子根本就是不能被看到了。如果玻耳兹曼可以穿越到现代，那么现代的科学仪器能够让他直接看到原子，这种神奇的“放大镜”就是扫描隧道显微镜——利用的是量子力学中的所谓隧道效应原理。如果去北京北四环保福桥下的中科院物理所，在那里有扫描隧道显微镜，你也就可以一睹原子的芳容。

就这样，在不知不觉中，因为时代的局限，马赫和玻耳兹曼就原子的存在性问题掐了起来，耗尽了他们的青春。

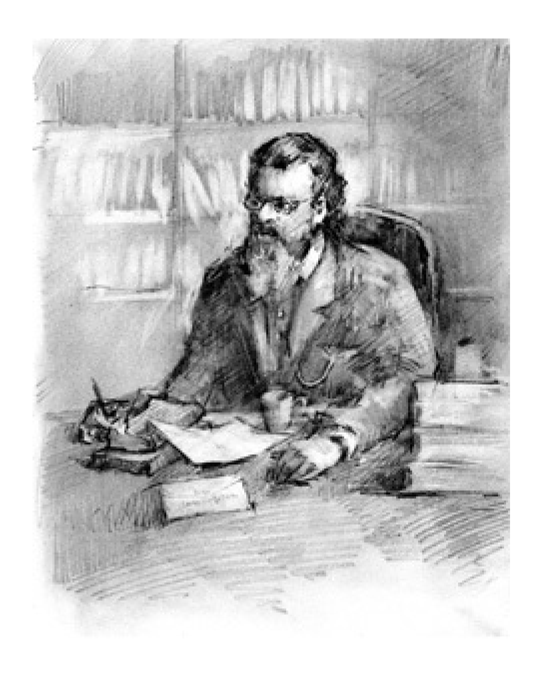
（3）

马赫其实本质上是一位流体力学的专家，而且是最接近相对论启蒙思想的学者，但他不是一个好的量子论的启蒙思想家。马赫当时的脑子里最清楚的一个事情是关于声音的传播速度，声音传播的速度随着空气的密度与温度是可以变化的。换句话说，声音的速度是在空间点上的函数，而流体的速度也是空间点上的函数。所以，这2个函数的比率就定义为当时当地的马赫数。这是在任何飞机的制造和设计理论中，都是需要提到的一个基本概念。在一个空气流动的场中，当时当地的人测量到的声音的传播速率并不是一个普适的常数。比如说，在地球上，在上海的人在下午3点测量到的声音的速度，和在北京的人在下午4点测量到的声音的速度一定是不一样的。这思想其实已经很有点神似狭义相对论了——狭义相对论是后来爱因斯坦总结出来的一个物理理论，主要意思是说，在不同的地方，不同的人所经历的时间快慢是不一样的，时间流动的快慢是和这个人本身运动的速度快慢有关系的。爱因斯坦，也许正是站在马赫的肩膀上开始了他的狭义相对论创作的，很难讲爱因斯坦没有从马赫这里得到启发。

说回到原子论。

马赫的观点得到了另外一位化学大师奥斯特瓦尔德（德语：Wilhelm Ostwald；拉脱维亚语：Vilhelms Ostvalds，1853—1932）的肯定，他是非常不相信原子存在的一位化学家。在现代人的眼光看，这是一个非常荒诞的事情，一位化学家不信仰原子论就如同一个现代的医生不相信蛋白质核酸的存在一样。不过那是在19世纪，奥斯特瓦尔德最核心的思想是这样的："这个世界上，最基本的运动形式是能量。"这被称为"唯能论"，激烈对抗玻耳兹曼的"原子论"，奥斯特瓦尔德的唯能论虽然并没有太大的实际意义，但他当时在学术圈的地位也同样重要。

奥斯特瓦尔德也是著名教授（后来得到诺贝尔化学奖），可以说在当时的地位一点也不比玻耳兹曼低，所以他们两人也是针尖对麦芒，谁也说服不了谁。



绘画：张京

顺便再插一句，后来，奥斯特瓦尔德和爱因斯坦也曾有一段纠缠的经历，这事情算是爱因斯坦青年时成长的小插曲，那时候已经是1901年了。

当时刚从苏黎士联邦工业大学师范专业毕业的爱因斯坦没有找到工作，尝尽了生活的苦，世态的炎凉让他汗如雨下，他于是给学术大牛人奥斯特瓦尔德写信请求帮助。信中大意是：我拜读了您的大作，我对您的崇拜犹如滔滔江水绵绵不绝，又恰似黄河泛滥一发不可收拾……信的结尾爱因斯坦问奥斯特瓦尔德需要不需要一名实验助手，爱因斯坦表示自己也许可以去做实验助手。

但是奥斯特瓦尔德并没有给爱因斯坦回信，这让病急乱投医的爱因斯坦觉得很受伤，犹如被扇了一耳光一样脸上热辣辣地疼，可是家里的女朋友肚子里已经有了孩子，这日子还得坚强地过下去。所谓人穷志短，爱因斯坦又上杆子写了第二封信，说："尊敬的教授，很抱歉，上次给您的那封信，我可能没有写清楚我的回信地址……今天我把回信的信封一起给您寄上，邮票我也已经贴好了，您只要直接把这个信封寄回来就好了。"

但是，奥斯特瓦尔德教授依旧没有理他，卑微的爱因斯坦又被抽了一耳光，眼冒金星，开始万念俱灰。这个时候，爱因斯坦的父亲也非常焦急。爱子心切的他为了让奥斯特瓦尔德能鼓励一下自己的儿子，做父亲的他也写了一封信，信里说："尊敬的教授，很冒昧地给您写信……我的儿子爱因斯坦给你写了两封信，您都没有回……为了不使他过分伤心，请您回信鼓励一下我这个沮丧的儿子……万分感谢。"

这次老爹出马，按照道理应该有回音了吧，但是，奥斯特瓦尔德还是不为所动，拒不搭理这对可怜的父子，冷漠得很。

言归正传，关于原子是否存在的争论已经白热化了。

玻耳兹曼对决马赫和奥斯特瓦尔德组合，1∶2，明显力有不逮，单就辩论来说，以一对二的玻耳兹曼常常落得下风，因为当时科技水平有限。"无法直接观测到的原子"确实不容易被人们相信。历史上的这场"原子论"和"唯能论"因双方都缺乏决定性实验和证据而沦为"动嘴皮子"的科学争论，最后以玻耳兹曼的自杀离场而宣告终结。同事的抨击

和生活的压力最终压垮了玻耳兹曼，他在一个旅游胜地自缢身亡。

可惜的是，事情很讽刺，在玻耳兹曼自杀后的一年，皮兰就通过布朗运动实验确定了分子原子论。

忧郁哥玻耳兹曼厌倦了人生，他自杀了，但他的灵魂却壁立千仞。原子成为一个客观的实在，而我们的故事有了一个开始的基础。为了下文的行文流畅，我们不妨在这里对原子做一个基本的了解。原子是由电子和原子核组成的。原子的尺度大约是10^{-10}m，这也是电子的活动半径，因为原子核的尺寸非常小，在整个原子中“如同棒球场中央的一只蚂蚁”。原子的另外一个重要特征是原子核能够产生强大的电场把电子拉住，使得电子不能飞离原子核。这个电场比人类能制造的最强电场要强10000倍左右——可以估计出这个电场强度，只要你知道氢原子的电离能量是－13.6电子伏，而原子的半径是10^{-10}m。这个强电场的存在保证了电子总是在原子核周围运动。但是读者们请注意，到现在我们还没有讲到电子到底是如何运动的。这个是后话。

而自杀者玻耳兹曼所建立的统计力学成功地把微观世界的运动和宏观世界的现象联系起来，他能够处理了10^{23}个气体分子的集体运动并且用数学的形式给出了直观和具体的表达，以他的名字命名的常数直接把大量气体分子的平均能量同系统的温度联系起来。在他之前，人们不太搞得清楚微观的能量和温度的关系。虽然同时期也有人在一直思考比热的问题。比如说，同样在夏天，在太阳暴晒下的钢板和一杯水相比，钢板的温度升高的速度比水更快，但为什么会如此不同，这背后其实有量子力学的东西，但玻耳兹曼那时代，他可以模糊地认为，能量是随着自由度均匀分布的——这就好像在一个十字路口，从东南西北四个方向发生车祸的概率是一样的——，这就是经典统计里的能量均分定理。

玻耳兹曼的统计力学的能量均匀定理本质上是一个数学假设，这就是所谓等概率假设。这个假设说，在投掷骰子的时候，如果骰子里面是没有被灌铅的，所以，掷出1和6的概率，应该是一样的。等概率假设使

得这个世界变得比较简单，换句话说，玻耳兹曼摸不清楚一件宏观的事情它发生的各个微观因素所出现的可能性大小，只好认为这些潜在的可能性是平等的，它们有同样的概率发生。而熵的存在，尤其是熵与量子力学，熵与信息论，熵与引力场的对应关系，就像一面面照妖镜照出奥斯特瓦尔德的“唯能论”其实是一个很低级丑陋的理论系统。

玻耳兹曼他走了，但他曾经研究过2个问题，第一是原子的存在性，第二就是模模糊糊的等概率假设。



玻耳兹曼的墓碑

江湖上，有人开始读玻耳兹曼的书，并且他的一些想法也渐渐被世人理解，但到底熵与微观状态有什么关系，则需要后来者来阐释清楚。

总结量子力学发生之前的历史，也是物理巨大变革的前夕。之前已经发生的事情给这一理论的诞生奠定了历史基础：

1821年忙着在金属铂表面刻制光栅的弗朗禾费忙得汗流浃背，验证之前提到的他发现的太阳光原子吸收光谱中藏有的暗线。

1822年写完了《热的解析理论》一书的傅里叶正穿着棉衣，蜷缩在太阳底下。外界对他的书的热情程度没有让他感觉到一丝的温暖，甚至

有些寒冷。他用棉衣把自己裹得更加严实，默默地望着天空，思考太阳光的秘密。

1833年英伦的哈密顿（William Rowan Hamilton，1805—1865）正在创造比牛顿力学更容易推论到量子力学的新力学。他的力学系统最重要的特点是用动量与坐标来实现对运动的描述。而抛弃了速度的概念。

1870年挪威的数学家索菲斯也发展出来了李群（Lie group）——他一开始是为了拿这个东西去解决微分方程，因为在代数方程领域是存在求根公式和伽罗华的理论的，而微分方程领域还缺少类似的方法。

这些人和他们的研究正是19世纪的物理学大拼图的若干小碎片，这些碎片其实并不能完整地拼成一副名画，因为里面还存在一个关键的片段还没有完全搞清楚，这个核心的概念就是原子——到底什么是原子？它真的存在吗？

4　写清楚熵公式的人

（1）

1900年的车轮朝我们驶来。一个波澜壮阔的大时代就要拉开帷幕。

1900年是一个历史的分水岭，在这之前被称为19世纪，有人总结了19世纪科学的三大发现：热力学第一定律（能量守恒定律），进化论和细胞学说。这总结虽然高屋建瓴，但其提倡者恩格斯后来写了一本所谓《自然辩证法》，有人拿去给爱因斯坦看，结果被爱因斯坦批判了一番，因此结下梁子，引起后来社会主义阵营对爱因斯坦相对论与爱因斯坦本人的批判浪潮。从物理学的角度来说，19世纪其实还有一个重要的发现，那就是发现了热力学第二定律。这个定律的发现和瓦特发明的蒸汽机的大规模工业应用有关系，早在19世纪30年代，德国就有一个叫卡诺（Sadi　Carnot）的工程师，他很想知道什么样子的热机，能达到最大的效率，通俗地说，就是这个机器，吃得最少，干得最多——在初中的物理书里就讲过，机械效率等于有用功除以总功。但有没有什么热机，它能达到100％的效率呢？——通俗地说就是公司招聘一个员工，这个员工100％的把时间投入到工作之中，这样的员工存在吗？



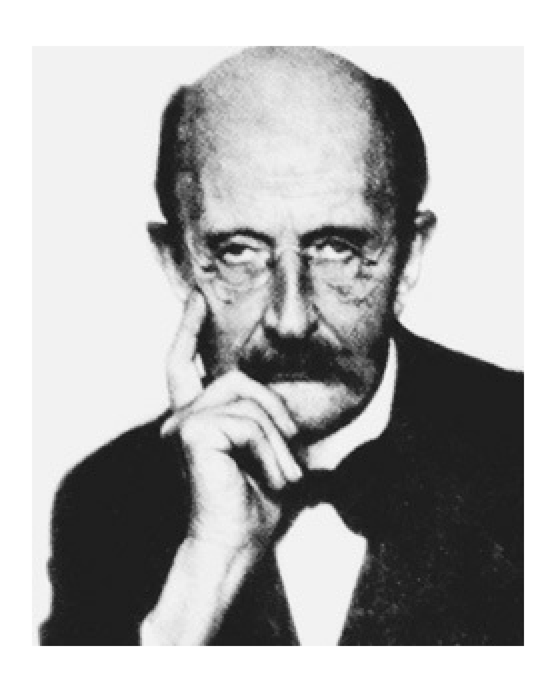
绘画：张京

卡诺开始了他基于热质学说的不清不白的研究，因为搞不清楚热量到底是什么，所以他的研究并不符合现代科学的正统，但他最后研究出一个所谓卡诺循环，按照那个循环工作的热机，其效率最高。

别的研究者前赴后继，到了1880年，基本已经有了一个较为完善的热力学第二定律的双重表述：不可能存在100％效率的热机。

在1900年之前，一个集热力学理论之大成的人要出现了，这一个物理新秀，他把前人的这些思想总结出来，清晰地给出了一个数学公式，S＝KlnW。

这个德国的年轻物理学家，就是普朗克（Max Karl Ernst Ludwig Planck，1858—1947）。公式中S表示熵，而W是微观状态的数目，有时候也被称为相空间的体积。



普朗克

普朗克所做的这个数学公式，其实全部是玻耳兹曼的思想，因此这个时候他还没有多少创新精神。普朗克其实一辈子都算是一个保守的革命者，他后来鬼使神差地把物理学的大船开进量子力学的港湾，做了一次英雄船长。这是后话。

玻耳兹曼计算微观状态数的核心思想，基本上就是组合数学的方法，我们可以举一个例子：把3个水果（分别是桃子、苹果和菠萝）放进2个抽屉（一个抽屉在写字台上，一个抽屉在床头柜上）里，有几种放置的办法？

因为每个水果的去向有2种可能，因此一个一个地分步骤来放水果，一共分3个步骤，根据乘法原理，一种有8种可能，也就是对应8个安放水果的微观状态。这个时候，我们可以套用普朗克所做的那个公式，系统的熵正比于ln8——换句话说，如果你是一个男生，和女朋友玩这个游戏，把你的眼睛蒙上，你女朋友把3个水果随机放在2个抽屉里，叫你去猜，对你来说，这个系统的熵正比于ln8，你猜对的概率是1/8。

玻耳兹曼当时也是这样思考问题的，当时他继承了英国物理学家麦

克斯韦的分子运动论的一些思想，考虑把一个箱子用一个隔板分成大小相等的两半。从统计力学的角度来说，气体分子不可能全部处于盒子的右边，而使得左边保持真空，为什么呢？因为这样的事情，发生的概率实在太小。从物理上来说，如果这样的事情可以发生，就会引起右边箱子的温度高于左边箱子的温度。我们可以计算出左边箱子有n个分子的微观状态，你可以先从1000个里挑选出n个分子的组合数，这个数字的对数，就是有n个气体分子位于右边箱子里的可能性大小，这个分布所对应的熵是可以计算的，它的数值大小，给了我们一个判断依据，可以判断一些事情可能不可能发生。在这个问题中，熵的最大数值在n＝500的时候取到。

（2）

普朗克写出了熵公式以后，当时物理学界开始流传两个未解之谜，一个是麦克耳孙（Albert Abrahan Michelson）和莫雷（Edward Morley，1838—1923）在1880年就开始去测量地球在太空中运动的绝对速度，他们希望这个速度是相对于一个绝对静止的背景产生的，他们也天然地希望在地球上，迎着太阳光走和背着太阳光走，应该测量到不同的光的速度，但是，在实验中，他们似乎没有测量到光速的差异。这就好像是说，两辆相向而行的火车，和同向而行的火车，其速度之差是一样的，这让人很奇怪。当时因为没有电子技术，所以要处理微小的差异并不容易，但麦克耳孙和莫雷用光学的干涉仪做了这个实验，并且留下了第一个疑问，那就是一个绝对静止的背景是不是真的存在？运动到底是发生在什么舞台背景之上？

另外一个未解之谜则来自钢铁工业，德国当时处于工业化浪潮之中，产业在升级。大炼钢铁的过程中很自然的产生了一个技术问题，那就是如何测量铁水的温度？

铁水的温度大致上与它的颜色有关系，而颜色是由铁水发出的光波的波长决定的。当时在德国有一个叫维恩（Wilhelm Carl Werner Otto Fritz Franz Wien，1864—1928）的物理学家，得到了一个经验公式，他认为，决定铁水颜色的最主要的光波长和铁水的温度是成反比的，这被称为维恩位移定理，实际上这个定理是后来普朗克所发现的那条曲线的微分表达式——也就是曲线的极值所在点。这个定理非常实用，虽然维恩也不知道为什么会存在这样的定理，总的来说，这个定理就好像汽车的牵引力和速度之乘积是汽车的额定功率是一个常数那样，这背后有很复杂的多冲程的汽车发动机的工作原理存在，但当时是搞不太清楚。高温铁水发出的光，被称为黑体辐射，这个辐射有一个总的功率，当时玻耳兹曼和他的老师已经得到了这个总功率，是与温度的四次方成正比的。这个叫做斯忒番——玻耳兹曼定理，也就是后来普朗克所发现的那条曲线的积分表达式。这个温度四次方成正比的定理，和后来德拜发现的晶体热容的温度的三次方定理一起，构成了量子力学历史上的两个与温度简单关于的优美定律。

普朗克是以熵公式起家的，所以，他思考物理的时候，与别人不太一样，他不但从能量的角度思考黑体辐射曲线之谜，而且还从熵的角度加以分析。眼光不同，看到的物理自然也就不同。

对于黑体辐射来说，要解决的问题是，黑体辐射的功率谱密度到底是满足什么方程。当时人们已经知道，辐射可以作为气体，也有压强，也有熵和内能，从各个角度都可以证明辐射气体的能量密度和压强成正比，只差一个常数1/3。所以，光会产生所谓光压，一束光打在电风扇的叶片上，电扇叶会旋转。但是，辐射气体的熵和能量密度到底有什么关系呢？不同的学术流派得到不同的结论。

一种流派得到的熵和能量密度的微分与温度负的一次方成正比。而另外一个流派得到的熵和能量密度的微分与温度的负二次方成正比。这两个结果都不完全符合实验，实验家鲁本斯告诉普朗克，这两个流派的

理论一个在长波处与实验相符合，一个在短波处与实验相符合。普朗克听到这个消息，他决定做一个简单的裁缝工作，把那两个一长一短的裤管做成一条裤子。

办法非常简单，用通分的办法就可以把两个式子整合起来，引进一个待定系数就可以。这个方法在实验数据的处理中非常常见，就是“内插法”。这个办法就好像要求一个班级学生的身高平均数值，我们可以先求出男生的平均身高，再求出女生的平均身高，然后再整合起来，得到一个新的平均数值。这对普朗克来说，一点也不难。

他把公式写出来，就是一个简单的微分方程，一积分，就得到了后来被当成普朗克黑体辐射曲线的那个方程。这个方程的曲线画出来很像一个少女的乳峰。普朗克也是莫名其妙，不知道为什么会这样。

“反正我就把结果发表出来，让那些实验物理学家去看看符合不符合他们的数据吧。”

于是，普朗克发表了他的乳峰曲线方程。这一天是1900年的10月25日，发表以后，他也知道这完全不像大物理学家的工作，因为他说不清楚这背后的物理道理。

5　富二代德布罗意：凌晨旧戏

（1）

1909年，春天桃红柳绿，巴黎的塞纳河河水盈荡，岸边的法国梧桐郁郁葱葱，曼妙得像一个个风姿绰约的少妇，香榭丽舍大街和凯旋门金光闪闪，在浪漫之都巴黎这个温柔乡里德布罗意过得很开心。作为一个年轻贵族他刚从巴黎大学历史系毕业，他的父亲正是法国的一个伯爵，并且正是一位当权的内阁部长。



德布罗意，1892—1987

在一个历史学家不可以查证的夜晚，德布罗意突然意识到懂物理学的人才是真正的贵族。他哥哥是做X射线的，是一位物理学家，德布罗意觉得哥哥是幸福的。家里有金山银山，他实在很空虚，于是，德布罗意开始学起了物理，拿起了他生命中的天书——刚开始，物理书中每一个字都有豆腐干那么大。

“反正我就是来玩票的，但我最好也要搞个物理学的博士学位。”富

二代德布罗意心想。但是，不巧的是，1914年，第一次世界大战的硝烟冉冉升起，战争像一个美女一样被这个富二代邂逅。不期而遇以后，很多人像空气中的灰尘一样地卷了进来，比如天文学家史瓦西和物理教师薛定谔。这个时候薛定谔还完全没有量子力学的概念，他只隐约地知道丹麦哥本哈根有一个叫玻尔的年轻人建立了一套电子绕原子作圆周运动的轨道模型，来说明原子发出的光谱线。但其背后的物理稀里糊涂，显得毫无章法。

这个时候，德布罗意也入伍了，作为一个富二代，他当然不需要去前线冲锋陷阵当炮灰，他被分派了一个无线电技术人员的工作。在这个过程里，德布罗意对电磁波有了很深的了解——天线尺寸应大于电磁波波长的十分之一，这是微波通信里最重要的内容之一（一般认为天线长度是接收和发射波长的1/4时，转换效率最高），正因为如此，如果用人说话的频率（10000Hz）去设计天线，你会发现天线的尺寸可能要几万米。但一般的手机天线是非常短小的，不会超过10厘米，那这是为什么呢？其实人说话的声音本身的频率转变成电流信号的时候，这个电频率会很高，可以的达到MHz甚至GHz的级别。在电路中可以改变信号的频率，这种改变的方法称为“调制”，调制以后，电磁波的波长差不多和手机的尺寸是一样的。

因此，德布罗意对电磁波有了一定的了解，虽然他是读文科出身，但不知不觉地在无线电的技术岗位上知道了一个重要的物理事实——电磁波是有波长和频率的——对于这一点他非常清楚——频率和波长的乘积是光的速度。

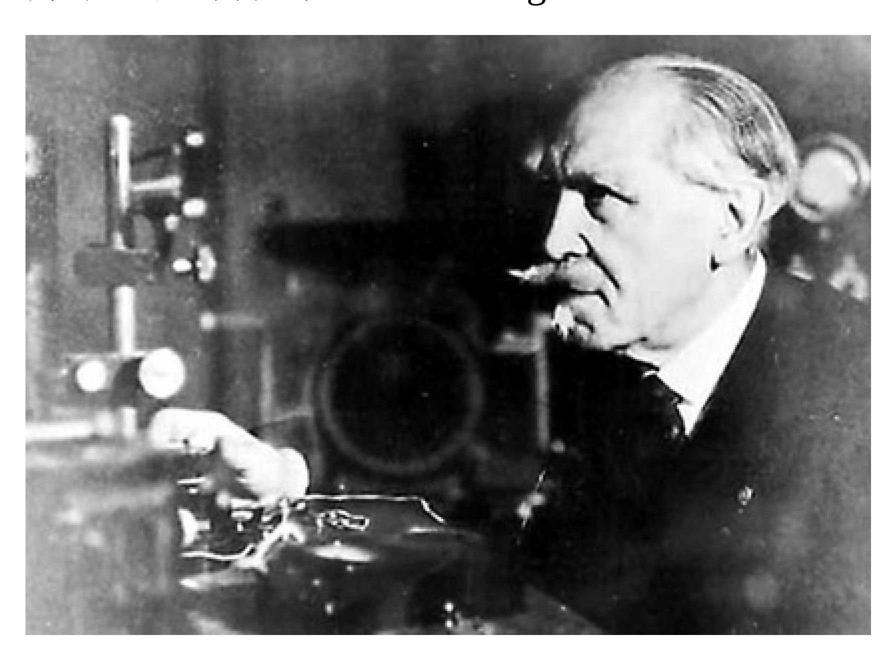
“原来是这样啊，物理好简单啊，波长和频率原来是有关系的！”德布罗意心中窃喜。

谁也没有想到，等战争一结束，这个纨绔子弟就要在笔尖发现另外一种波，这种波非常之特别，称为“物质波”。这种波出现以后，薛定谔才发现了他的波动方程。

（2）

战争终于结束了，这时候是1919年，中国这边是北洋军阀统治时期，当时要开巴黎和会，商量怎么处理战后事宜，中国代表团准备签署丧权辱国的卖国条约，这引起中国大学生们的不满，开始在北京游行，史称五四运动。中国开始思想启蒙运动，两年后，就是中国的富二代徐志摩在诗刊上发表介绍爱因斯坦相对论的文章。

德布罗意也在战争结束后，决定去读博士，他找了一个法国巴黎物理圈的明星博导，名叫朗之万（Paul Langevin）。



朗之万

朗之万在收德布罗意做徒弟之前就已经是一位大师，他因为当时实在很出名，于是坊间开始流传一些桃色绯闻，主要声称他与刚刚寡居的另一位女物理学家居里夫人有些关系，一时间轰动全巴黎。因为居里夫人是研究原子射线的专家，得过诺贝尔物理学奖，是一个家喻户晓的人物，所以，他们两人要是有暧昧关系，这就好像一枚深水炸弹，在巴黎炸开来。巴黎本来是浪漫之都，但物理学家一般还是给世人以清教徒的

形象，现在这奸情确实是震撼人心。

早在1906年朗之万就研究很复杂的问题，比如布朗运动。历史是一个任人装扮的小姑娘，当装扮这个小姑娘的时候，我们也许发现，1905年以后，凡是研究过布朗运动的人，多数成长为大师，比如爱因斯坦，比如伊藤（Ito）。朗之万做的事情非常简单，他模仿了牛顿第二运动定律，把作布朗运动的花粉粒子的运动方程用牛顿第二定律F＝Ma的形式写了出来。不过，因为粒子是受到随机的不可预测的撞击力的影响的，所以，朗之万的方程里的力是“随机力”。随机力F（t）因为是非常随机的，所以你不可能写出它随时间变化的解析表达式来，但是，你可以用深邃的目光来看随机力——你可以写出随机力的“功率谱”。换句话说，你可以把随机力的作用当作是一个非常复杂的发光过程，但你可以写出这个发光过程的“光谱”来。

朗之万举重若轻义无反顾，用随机力的方法得到了布朗运动的规律。他的随机力实际上还是经典随机现象。

随机现象有很多复杂的起源，为了行文方便，我们把随机现象分成两类：

1．经典因果性的随机现象

2．量子统计性的随机现象

对量子力学来说，“随机现象”是非常重要的，如果你可以预测一个现象必然发生，那么这个现象对你来说，其实不包含任何信息。可以举一个男性读者们应该深有体会的例子，凡是能被观测到的现象，不一定都是包含对你有用的信息——很简单，一位女士只穿着乳罩出现在你面前，如果这个现象出了你的意料，那么这个现象对你来说是包含信息的，反过来，如果你并不感觉这个现象振奋人心，这说明该现象其实不包含什么信息。物理学家只把那些“出人意料”的现象称为“随机现象”。

粒子的布朗运动看上去很复杂，本来是一个随机现象——你无法预测粒子在下一秒到底出现在哪里。但它依然是满足经典因果性的一个现

象——牛顿力学就能解释它。所以，朗之万方程里并没有德布罗意想要的东西。

德布罗意想要的东西，是什么呢？

这个时候，他也30岁了，时间紧迫，他还要赶工期写出一个博士论文呢。

（3）

1924年，德布罗意躺在床上，看着天花板上悬挂的吊灯出神，他若有所思，想确定一个博士论文的题目。德布罗意思绪翩翩起舞，心想如果这盏吊灯倾泻下来，我想我不会再存在，但博士论文总得先写出一篇来……

时间已经到了凌晨，夜已深，对面的古铜色的闹钟在不停地转着秒针，德布罗意觉得有点莫名的兴奋与紧张，博士论文到底写什么好呢？毕竟是半路出家，自己也隐约觉得自己的物理，实在是有点糟糕的。

外面街道上有人在吵架，德布罗意打开窗户，看见街面上有2个醉汉正在围绕着电线杆作布朗运动，边转动边骂人，满嘴污言秽语。远处还有一个穿着鹅毛黄大衣的女人，在一家咖啡店门口等待着什么。天色已经那么晚，周遭是无边的寂寞笼罩下来，德布罗意想下楼出去走走，吹一吹冷风，也许脑子能够清醒起来……

突然，灵机一动，俗话说得很好，“天下文章一大抄”。

他觉得自己应该抄袭模仿一个人的学问。

但万事开头难，重要的是先确定到底是抄袭模仿谁？

抄自己的导师吗？看来不行，兔子不吃窝边草。抄哥本哈根的那个物理学家玻尔的吗？也许可以，不过玻尔的原子模型非常僵硬，电子轨道是强行规定的圆轨道——这是谁都没有见过的轨道，跟意淫也差不多了。玻尔有些东西很费解，德布罗意对对应原理，似乎有点搞不大清

楚。那抄什么人？伦琴？对于X射线德布罗意相对比较理解，但这里面没有多少理论物理方面的内容，X射线衍射与X射线荧光，这些属于自己哥哥搞的东西，自己如果上去写这个东西，很难不被别人说不是自家哥哥帮的忙，再说，现在大街上很多妇女都已经理解X射线，妇孺皆知的东西，德布罗意作为一个贵族，是不屑一写的。

考虑了一圈引用借鉴的对象，德国物理学家爱因斯坦的形象渐渐浮现在德布罗意的脑海里。眉头一皱，计上心来，德布罗意脸上露出了诡异的微笑。就这样决定了，抄袭模仿爱因斯坦——因为爱因斯坦说，无质量的光子具有波粒二象性，那么，现在你们逼我出绝招，我德布罗意认为，有质量的电子，也具有波粒二象性……

德布罗意在那个凌晨决定推广爱因斯坦的“光子波粒二象性”，变成“电子波粒二象性”。

但先要在细节上运筹帷幄一下。德布罗意拿出草稿纸写起来。

玻尔的“太阳系原子模型”让电子强行满足一个量子化条件。这样做电子其实是不自由的，玻尔把自己当上帝了。德布罗意心想，把电子解放出来，让它们自己做主吧。

如何赋予电子一个基本的性质，让它们自觉地表现出量子化现象呢？德布罗意希望把轨道和驻波联系起来。因为早已经决定抄袭模仿爱因斯坦了，跟着爱因斯坦走，所以干起来真是畅快淋漓，简直可以一气呵成。

根据爱因斯坦质能方程，如果电子有质量m，那么它一定有一个内禀的能量$E=mc^2$。好，爱因斯坦和玻尔对光子使用了如下关系$E=h\nu$。推广到电子，这个关系还成立，电子也具有一个内禀的频率ν。把两者联系起来吧，因为$E=mc^2=h\nu$，所以他得到了第一个关系式

$$\nu = mc^2/h。$$

有了频率了，很好，那怎么搞出一个波长来呢？德布罗意想起了自

己在当无线电技术军官时候所知道的一个真理，毕竟电磁波是既有频率又有波长的，那我要电子也有波长！写到这里，德布罗意脑子已经很乱，心想，死马当活马医了，继续出招吧，让参考系变换起来！！

德布罗意心想，在狭义相对论的参考系变换下，波动形式是怎么变化的？基于这个思路德布罗意三下五除二就把电子的波长和动量联系起来了。得到了第二个关系式

$$\lambda = h/p$$

在草稿纸上得到上述两个关系式以后，他的博士论文其实已经写完了。蓝色的钢笔墨水还没有干透，但他的内心已经湿透，好像是经历了一场滂沱大雨，筋疲力尽。

这种有质量的粒子所附带的具有频率和波长的波被称为“物质波”——不携带能量，但有波长。“物质波”总的意思是说，有质量的物体，总伴随着这个波。

夜真的已经很深了，深夜的寂寞让德布罗意觉得自己的文章如此美丽。简直太美丽了。他喃喃地说了一句“怪你过分美丽”。说完就起身把手稿用火点着了。火光格外温暖，似乎是思想在燃烧。纸张斑驳地在火焰里舞蹈，不一会儿房间里充满了一股灰烬特有的焦香味。

德布罗意烧了第一份草稿，他知道这些东西已经刻在自己的灵魂里，不可能被忘记。

他决定好好睡一觉，第二天把整个过程清楚地写下来。

不久他的博士论文正式在江湖上出现，各大门派皆为之震动，他显然掀起了轩然大波，因为他的文科出身，再加上他富二代的身份，以及他构造的那种具有质量粒子都有的波长公式，让人匪夷所思。

众教授看完他的文章感觉脊背上有一股寒意，有的感觉自己是吃了一只苍蝇，有的则像是看到一则很搞笑的冷笑话，纷纷惊呼：“这富二代做物理果然有点胡闹啊。”

（4）

当初的朗之万是不是碍于情面想帮德布罗意混得一个博士学位已不得而知，但他读到德布罗意出品的博士论文以后，确实也被雷到了，他实在没有办法不给这个部长的儿子一个面子，于是，他把这篇博士论文邮寄给了在柏林的爱因斯坦。

信的内容大致如下：

尊敬的爱因斯坦阁下：

在我这里有一位研究生，已经攻读了五年的博士学位，如今即将毕业，在他提交的毕业论文中有一些新的想法……

请对他的论文作出您的评价。

另外顺便向您提及，该研究生的父亲是弊国的一位伯爵，内阁的某某部长，若您……将来您来法国定会受到隆重的接待……

爱因斯坦收到信后，马上读懂了这里面有两个意思，其中一个是此人是富二代，法国高官的儿子，不好得罪，第二个意思是，这篇文章的思想完全模仿自己当年对光子的波粒二象性的说法，很是面熟啊。

爱因斯坦于是回信说，此博士论文还是很有创新思想的。

此时的爱因斯坦虽不属于任何名门望派，却已独步于江湖，颇有威望。有了爱因斯坦的这一封信，评审委员会的几位教授也不好再多说些什么了。于是，德布罗意就这样“攻读”下了他的博士学位。而按照当时欧洲的学术传统，朗之万则将德布罗意的博士论文印成若干份寄到了欧洲各大学的物理系。

大约所有人都以为事情会就此了结，多少年以后德布罗意那篇“很新很有趣”的博士论文一定也会被埋藏到了档案堆里无人问津。

但是，在朗之万寄出的博士论文中，有一份来到了苏黎士大学。

这是1926年年初的苏黎士，春寒料峭。苏黎士位于阿尔卑斯山脉北部，苏黎士湖西北端，利马特河同苏黎士湖的河口。市区被利马特河分

为东、西两岸，也分成新城和旧城，它们之间有迷宫般的羊肠小道连接。旧城区在河北岸，分为上村和下村，布满了大大小小的精品时装店，酒吧，咖啡屋，古玩厅等。而苏黎士人口只有30万，因此是一个精美绝伦的小城。

当时在瑞士联邦工业大学主持数学活动的是外尔（Hermann Weyl，1885—1955），主持物理学术活动的教授是德拜（Debye，Peter Joseph Wilhelm），德拜收到朗之万邮寄过来的这份博士论文后，将它交给隔壁大学一位已经年届中年的教师。

这位教师接到的任务是在两周后的学术例会上将该博士论文报告一下。

6　薛定谔：遗情书

（1）

学长的墓碑矗立在眼前，坟上有寂寞的小花慵懒地开放，这是一个寒冷的清晨，中央公墓里根本没有什么人，空气也仿佛被凝固，几滴露水从高耸的树上滴落下来，发出摔碎的声音，这个清晨格外寂静。

墓碑上的照片依然清晰，是一个大胡子的中年人忧郁的眼神。

碑文显得很简单，上面写着一个数学公式，或者说是一个物理公式，学弟有些看不清楚到底写的是什么。

学弟薛定谔（Erwin Rudolf Josef Alexander SchrÖdinger，1887—1961）站在玻耳兹曼的墓前，心情有些压抑，因为他看到的那个博士论文也就是那个富二代德布罗意的博士论文中抛出了一个强烈模仿爱因斯坦的观点，认为质量不等于零的电子也同时具有波动性和粒子性，因此德拜叫薛定谔写一个方程出来描述电子的行为，但这事情根本就不是人干的，除非自己是疯子才能干出来吧，薛定谔暗忖。所以他连夜从苏黎士跑到维也纳来，跑到中央公墓来看看，自己都40多岁的人了，做物理如此不成功，不由得悲从中来。



绘画：张京

学长玻耳兹曼是自己的老乡，也是自己年轻时候做物理的偶像，现在学长已经死了十来年了，自己跑到这里来，也算是祭奠一下自己年少时的梦想。说起来，薛定谔一直把玻耳兹曼当作偶像。他也一直梦想着自己能成为一个偶像，但现在看来好像毫无迹象，而四十不惑，薛定谔觉得自己在物理上根本没有表现出什么天才，自己的一辈子，恐怕也就是这样庸庸碌碌地过去了吧。

薛定谔看清楚了墓碑上的字，这是后来才刻上去的，写着$S=k\ln W$。薛定谔知道，这个公式表示在这个世界上，孤立体系熵S是增加的（也就是说，孤立体系总会趋向于越来越混乱）。这被称为最大熵原理，是这个宇宙运作的基本规律之一。

可是，在这个世界上，还有一套力学规律，同样非常简单，那就是最小作用量原理，所有的轨道当中，粒子选择作用量最小的轨道……

事情也许很简单，要成为偶像，也许必须模仿学长的剑法。

薛定谔想到这里，灵魂开始震颤。对了，就这样干，他的唇边露出微笑，喃喃地说：“让作用量也等于一个对数！”

在电光火石之间，薛定谔的脑子里突然浮现出一个美女雪白的大

腿，他有些惊慌失措，连忙蹲下来，捡起坟头的一个松枝，在泥地上写下类似的公式。

$$S = -ih \ln \psi$$

其中S是作用量，ψ是一个暂时不清楚的东西，地位大致等价于墓碑上的那个W。

天啊，这个山寨版本的公式和墓碑上的那行字惊人地相似。薛定谔仔细地看了一下墓碑，觉得自己这一招偷梁换柱做得简直天衣无缝，如果他自己不说这个对数，根本没有人知道这个东西是怎么来的，虽然这好像是抄袭了学长的什么东西，他的脸上浮现出一丝尴尬。幸亏没有别人看到，薛定谔站起来，用脚把写在地上的文字匆匆抹去，然后他弯腰朝学长的墓碑鞠躬下去，像是在感谢这地下的死者给他的冥冥之中的保佑。

（2）

维也纳的三剑客，薛定谔是多情剑客。

薛定谔其实是一名诗人，他从维也纳回去的时候，身边已经多了一位少女——这不是他的妻子，而是他最喜欢的前女友，一个曾经的可爱小萝莉。他虽然表面上在做物理，但内心里有波涛汹涌的情感——他甚至还思考过生命是什么这样的终极问题。

这是1925年的圣诞，阿尔卑斯山上直插云霄的皑皑白雪，吸引了各地的旅游度假者。薛定谔他们来到滑雪场，忘却了自己已经是一个已婚男人，这次他约了前女友来这里滑雪，顺便把德拜让他写的波动方程也写一写。自从分手以后，他对她是万分想念。前女友来了，很多年没有见，她还是那么美……事情就是这样简单，著者无法用前女友的笔调写下《遗情书》内的种种细节，总之，薛定谔在这个圣诞节就好像中了黯然销魂掌，如果说来这里滑雪会摔断腿，薛定谔也不会不来。

和她在这里，真是爽。他和她疯狂地接吻，疯狂地爱抚……简直是惊天地泣鬼神。薛定谔趴在她身上，咀嚼着德布罗意的思想，德布罗意的思想其实不算是一个创新，原因在前面已经写过，因为早在1905年，也就是20年前，爱因斯坦就已经说过无质量的光子具有波粒二象性。而现在20年后，这个德布罗意说，那么……也许……有质量的电子也有波粒二象性，好吧，现在薛定谔觉得，既然电子是粒子，那么它肯定有一个轨道的作用量S，这个作用量和波动函数之间的桥梁是什么呢？他猜想，这个桥梁是一个对数，至于为什么是对数，薛定谔看着前女友那张迷人的沉醉笑靥，也想不清楚——也许是那个死去学长的启迪吧，反正就按照对数来做吧。

总之，薛定谔决定把它用到原子体系的电子的描述中去。

他知道作用量S是要满足哈密顿-雅可比方程，这是一个偏微分方程，已经被使用了百年，早已经不新鲜，现在新鲜的东西，就在那个对数里。

（3）

薛定谔的心里已经有谱，就是要把粒子性和波动性结合起来。

$S=-ih\ln\psi$是他的秘密，他仿佛心里有鬼似的，趁着前女友睡觉的时候，拿出纸张，在上面写起来。粒子性和波动性已经结合起来了，就是他的这个怪招$S=-ih\ln\psi$。问题在于，如何做才能说服德拜他们呢，德拜是他在大学里的同事，也是物理学教授。薛定谔知道得很清楚，德拜不是那么好糊弄的。

那只好把这个$S=-ih\ln\psi$代入经典粒子运动的哈密顿-雅可比方程了。薛定谔知道，这样做在逻辑上还是可以的，就是说法非常像民间科学家，他的脑子有些混乱，因为波粒二象性对于电子来说，真是确有其事吗？他甚至有时候觉得德布罗意是一个混混，这种电子的波动性真的

存在吗？作为一个诗人，薛定谔其实是一个充满了怀疑的颓废，他对别人是非常不信任的。

没有办法了，死活就这一招，把那个对数代进哈密顿-雅可比方程了以后，床上的女朋友翻身，嘴巴里似乎在嘟囔什么，应该是在梦呓吧。薛定谔审视了一下眼前横陈的玉体，觉得一片明媚，见她还没有苏醒，格外紧张，继续写下去，利用变分法，最后他得出了一个波动方程，最终形式是这样的：

$$-\mathrm{i}h\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}t = \Delta\psi + (E - V)\psi$$

这时候天色已经渐渐暗下来，皎洁的月光照在雪地里显得格外柔和。薛定谔看着写在纸张上的那个波函数方程，觉得有点可笑，他不知道自己是不是真的在做物理。虽然此方程的样子很可爱，但左右也不完全对称，好像是一个热传导方程的样子，而不是完全的波动方程。但他知道，要判断这个方程成立不成立，只要解答一个现实问题，如果能从这个方程中得到原子的光谱和能级，那么此方程很可能是对的。因此，当下最重要的事情，是求解这个方程，但此方程奇形怪状，涉及以前讲到的“斯图姆-刘维尔方程”这个系统问题，真的不好解，薛定谔身边没有参考书，于是又着急起来。转眼又看了一下旁边睡着的美女，再次觉得这个世界真的很纯真。

纯真在月光下裸奔。

为了求解这个日后名震江湖的薛定谔波函数方程，薛定谔心想，既然是自己造出来的方程，自己就要负责，现在方程中的那个三角Δ叫做“拉普拉斯算符”，代表了某种微分运算。E是体系总能量，V是势能，在原子里也就是$-e^2/r$。

而原子的能量E是离散的，那么，怎么样才可以得到离散的能量呢？拉普拉斯算符的本征值问题，薛定谔多吃了几年饭，也是知道的，具有离散的本征数值，那么，也许，可以把E和拉普拉斯算符组成的那

部分，解出来。可是，方程的左边，还有与时间相关的项呢？怎么处理？薛定谔心想，这个波动函数，实际上应该是与时间无关的稳定状态，所以，时间部分一定可以分离出来，于是，他就丢弃时间部分暂时不管。

这个时候，前女朋友翻身，亲昵地叫了一声，见薛定谔若有所思，就一把从背后抱住他，薛定谔感觉自己背后被两团软软的东西压住，就放下了手上的笔……

（**4**）

回到大学里，薛定谔找到希尔伯特他们写的数学物理方法的参考书，开始把自己写的那个方程完整地解答出来，发现整理出来的结果真的很有趣，居然能够给出氢原子的能级，而且与光谱的实验观测数据全部对上了，这真是太神奇了。他于是报告给德拜，后者也用薛定谔方程完整地解了一下氢原子里的电子的能量，发现果然能量是分离的离散数值，惊讶得下巴都要掉下来了。

薛定谔则一鼓作气，写了四篇雄文，奠定了波动力学的基础。

薛定谔的方程一出世，几乎全世界的物理学家都为之震动，感到物理学真的不一样了。爱因斯坦说："……您的想法源自于真正的天才。"实际上，爱因斯坦对薛定谔的评价一点也不夸张。很多年以后，大学物理学教授们还是不知道薛定谔到底是怎么样推出他的方程来的，只有薛定谔自己知道，这其实是前女友的《遗情书》，但这书中，还有自己年少时候偶像，死去学长的影子。

外一篇　晶体光栅和电子的波动性

1926年，一位美国的实验物理学家登上了去英伦的船。他叫戴维孙，有一个实验助手，叫革末，他们喜欢用高速电子流去轰击各种金属

样品，然后再把散射电子的能量数据记录下来。这几年来，他们不断地干这样的事情，可以说已经干到山穷水尽的地步。

他们发现从金属靶上发射的“二次电子”有少数具有与一次电子相同的能量，显然是在金属反射时发生了弹性碰撞。——他们只关心这些经过弹性碰撞出来的电子。

可是问题在于，有时候这些弹性碰撞出来的能量不变的“二次电子”的角度分布有两个极大值。他们试图仿照卢瑟福α散射实验用原子核对电子的静电作用力解释这一曲线——卢瑟福散射中，被原子核散射出来的“二次电子”的角度分布曲线并没有两个极大值。

戴维孙这个时候其实已经把两个事情混淆起来。

1．电子在卢瑟福的核电场弹性散射

2．电子在金属晶体上的衍射

不过，因为没有人告诉戴维孙电子是一种波（波才会衍射，具有在不同角度上的衍射峰，单缝衍射的光强分布是一个sinc函数的平方，sinc函数的定义是sinx/x——这个函数非常重要，因为他是矩形门函数的傅里叶变换，所以经常出现在电路和光学的各个角落），所以美国物理界相安无事，只有戴维孙和革末两个人为这些实验现象苦恼。因为物理实验有时是有非常大的误差的，保不准在什么地方会出错，所以，有些物理现象并没有真正的物理含义，而仅仅是仪器或者样品出现问题而引起的。

这次去英国开会，不知道能听到些什么新东西。戴维孙站在船头，脑子里一片混乱，去年的实验现象更加费解。到了英国，这些科学家们在牛津大学开会。会议由著名的德国物理学家波恩（Max Born，1882—1970）主持，他提到了德布罗意波。德布罗意波？戴维孙以前闻所未闻，他立即联想到了自己最近获得的两处尖锐的峰值的实验数据……真是一语惊醒梦中人，这很可能就是德布罗意所预言过的电子衍射！

这个晚上，戴维孙在英国睡不着觉了。脑子里反复在想：“电子？

是波？λ＝h/p？晶体相当于光栅？衍射了？”

光栅是具有周期性结构的镜子，一般来说，在一个毫米的距离上刻有几百到上千条凹槽。这最初是弗朗禾费发明的，用来对可见光做分光实验——就是把白光分成七色光，但光栅不同于棱镜，光栅还能把同一波长的光在不同角度分配能量。

因为电子的波长比可见光要短很多，跟X射线一样，光栅分光能力对它已经不起作用。大自然鬼斧神工，自然界里还有其他周期性的结构，比如晶体就是很好的“光栅”。1866年布拉维得到了14种晶体的点阵分类，后来已经由狄拉克的大舅子威格那开始把群论的思想引进到晶体这种具有高度对称性的东西里来了。劳厄对X射线的衍射做了很深入的研究，比较简单的关于晶体衍射方程则是布拉格方程。

既然话已经说到这里，我们不妨继续多说几句。

光栅的理论分辨率是与每毫米的光栅凹槽的数目成正比的。但对于X射线和电子来说，这个分辨率还是不够的，因为凡是光栅，都是人做出来的，对电子波来说，凹槽与凹槽之间的距离还是太大了，电子根本就表现不出波动性来。晶体可以用来充当光栅的角色。目前在中国就有几个分析仪器公司能够生产X射线衍射仪，用来做物相分析。

废话少说，戴维孙回到美国，准备了很纯净的单晶镍，在1927年和革末一起出色地再次完成电子波动衍射的实验。

薛定谔发现的方程就是用来描述这种波的。

7　十年前的玻尔

（1）

薛定谔是在39岁这一年，写出了薛定谔方程的，他写完以后，想到了很多人，比如爱因斯坦，德布罗意，也想到了另外一个人，那就是玻尔（Niels Henrik David Bohr，1885—1962）。

1911年，玻尔26岁，这年5月，他以长篇论文《金属电子论的研究》获哥本哈根大学哲学博士学位，旋即得到卡尔斯伯基金会资助出国一年；他选择了英国剑桥，准备在J.J.汤姆孙（Joseph John Thomson，1857—1940）指导下继续研究金属理论——汤姆孙这个时候正在做世界上第一台质谱仪器，对金属兴趣不大。

卡文迪许实验室的头头，电子的发现者，诺贝尔奖得主J.J.汤姆孙一开始十分热情地接待了玻尔，两人还是促膝长谈，大有相见恨晚的感觉。J.J.汤姆孙收下了玻尔带给他的一篇论文，并把它放在自己的办公桌上。

和大部分职场的面试差不多，一切看来似乎十分顺利。但事实上，玻尔的论文一直被闲置在J.J.汤姆孙的桌子上，他根本没有看过一个字，主要原因是因为当时刚从学校毕业的玻尔没有社会经验，当面指出了J.J.汤姆孙的著作《气体中的导电》里的一些错误——俗话说文如其人，这样做确实有点打脸的感觉，于是实际上他惹恼了高傲的英国绅士。不管怎样，剑桥对于玻尔来说，实在不算一个开心的地方，他明显受到冷遇。除了在一个足球队里大显身手之外，这所举世闻名的大学似乎让玻尔觉得没有什么是值得一提的。

这个时候英国有另外一位物理学家，新西兰人卢瑟福（Ernest Rutherford，1871—1937）已在曼彻斯特通过α粒子散射实验确证了原子

核的存在。事情是这样的，早在1897年，J.J.汤姆孙在研究阴极射线的时候，就发现了原子中电子的存在。但是，原子的空间结构究竟是怎么样的呢？那时完全缺乏实验证据，J.J.汤姆孙于是展开自己的想象，勾勒出这样的图景：原子呈球状，带正电荷。而带负电荷的电子则一粒粒地“镶嵌”在这个圆球上。这样的一幅画面，也就是史称的“葡萄干布丁”模型，电子就像布丁上的葡萄干一样。但是，1910年，卢瑟福和学生们进行了一次名留青史的实验。他们用α粒子（带正电的氦核）来轰击一张极薄的金箔，想通过散射来确认那个“葡萄干布丁”的大小和性质。但是，极为不可思议的情况出现了：有少数α粒子的散射角度很大，以至超过90°。对于这个情况，卢瑟福自己描述得非常形象：“这就像你用十五英寸的炮弹向一张纸轰击，结果这炮弹却被反弹了回来，反而击中了你自己一样。”——这个著名的实验标志着人类开始进入原子核能探索的时代。

1912年3月，玻尔离开剑桥赴曼彻斯特，跟卢瑟福学习原子结构理论，主要是卢瑟福的所谓原子的太阳系模型——原子之内是一个非常宏大的世界，电子像行星绕太阳公转一样绕着原子核作圆周运动，这个经典图像虽然很简洁，但有一些难以克服的理论问题，比如电子作圆周运动会发出的同步辐射问题。同年7月，玻尔撰写了一论文提纲交给卢瑟福，后人称之为《曼彻斯特备忘录》——在这里他开始有了一个强行的规定，规定原子内的电子在作圆周运动中是不会发生同步辐射的。当时原子光谱线的规律早被找到了。事情分成两个部分。



绘画：张京

1．巴尔末发现：氢原子的光谱线的波长的倒数正好是与两个自然数倒数的平方差成正比。

2．莫塞莱发现：X射线光谱线的特征波长的倒数与原子序数的平方成正比。

巴尔末是一个在瑞士的中学数学老师，其实是半个民间科学家，但他的发现需要很强的洞察力，能够从复杂的光谱数据中找到规律，这种工作其实一般人是绝对做不出来的。这需要盯着一堆貌似杂乱无章的数据看很久很久。

而莫塞莱发现的规律虽然是针对X射线，但X射线其实也是光谱线，这也说明了很重要的一个线性关系。他搞出这个线性关系以后，就可以修正元素周期表里错排的项。

总之，这两个人的发现是非常独立的两个侧面。弗朗禾费时代以来，人们已经可以很完善地记录谱线的波长，但这些光谱波长之间的排列到底有什么规律，没有人晓得。这些经验规律背后的物理到底是什么呢？玻尔就是研究这些问题的。

1912年7月底玻尔离英回国，8月1日，玻尔与玛格丽特结婚，9月1

日，开始在丹麦哥本哈根大学任教，1913年2月，玻尔的注意力“突然转向”原子光谱的规律，从而大大发展了原有的关于原子结构的看法，这年的7月、9月和11月，他以《论原子构造和分子构造》为题，在英国的《哲学杂志》上分三次发表长篇论文，奠定了他的原子结构理论的基础。1914年，29岁的玻尔应卢瑟福之聘，到曼彻斯特任讲师。所以那几年玻尔在哥本哈根和曼彻斯特两地来回穿梭，已经搞不清楚自己到底是要留在英国发展，还是回丹麦发展。

（2）

1916年的一个清晨，从英国到丹麦，是一片汪洋，海水暗蓝，乌云已经开始密布，玻尔坐在甲板边的栏杆上，邮轮下巨大的螺旋桨激起飞溅的浪花。海浪渐渐地大了起来，海天在远处连成一色，故国就在远方，玻尔心里已经万分焦急，仿佛是要去会晤情人。突然，海面上一个巨浪掀来，船体剧烈地震荡起来，玻尔差点倒栽进海里喂鱼，吓出一身冷汗，他忙从栏杆上下来，看来，海上似乎又有一场大暴雨了。玻尔这是从曼彻斯特回来，这一次，他要脱离卢瑟福，自立门户。若干天后，玻尔上岸了。玻尔说了这样一句话：“我们现在回来了，丹麦将大不同。”同样在这一年，在德国的爱因斯坦已经学明白了黎曼几何学，他把时间和空间组成一个弯曲的流形，这使得他们两人在日后成为物理学江湖上的东邪西毒奠定了基础。一年以后，玻尔建立了哥本哈根研究所。在这一年，奥匈帝国的薛定谔离开维也纳大学前往军队成为一名炮兵军官，他服役于一个偏僻的炮兵要塞。薛定谔这个时候还没有结婚，这年他已经30岁。

玻尔只不过比薛定谔大两岁，薛定谔要到39岁才大器晚成，玻尔早在1913年28岁的时候已经在物理学界有了一定的名气。1913年他得到了一个“环路积分”，这个环路积分被称为量子化条件，也就是轨道角动量

的量子化条件，这个积分其实也是玻尔为了说明原子的分离能级，硬生生的一个假设，但没有想到这个很僵硬的假设也在物理学上被证明是对的，至于为什么会这样，玻尔是不清楚——这就好像在中国一般的高新企业在创业初期，凡是有点带有高科技性的产品，无论这个产品的设计与界面做得多么烂，总能卖出去一两台，这样的企业往往能攫取第一桶金然后越滚越大，玻尔也是在差不多的情况下攫取了人生的第一桶金。

玻尔壮怀激烈地回到了自己的祖国——丹麦，开始筹建一个研究所。1917年这个研究所就矗立起来了，这就是哥本哈根学派的大本营。玻尔心气很高，他对灯发誓要干一番宏大的事业，他对别人说：科学没有国界，但科学家是有祖国的。

（3）

电子的运动到底有没有轨道呢？

玻尔做博士后期间的老板卢瑟福认为，电子运动是有轨道的，并且轨道是圆的，而且轨道半径是非常任意的。电子在原子内运动就像地球在太阳系内运动一样。但很明显，同步辐射会让这个小太阳系模型不稳定，这就好像一个人如果拉着一件刚从水里捞出来的衣服转圈，衣服中的水就会被甩出去一样。经典电磁理论预言，这样的体系将会无可避免地释放出辐射能量，并最终导致体系的崩溃。换句话说，卢瑟福的原子模型是不可能稳定存在超过1秒钟的。

这是一个巨大的问题呀。玻尔也陷入了沉思，有一天，他终于明白了一个道理，那就是原子内电子的轨道必须和光辐射的能量一起来考虑。因为在这之前，德国的普朗克已经得到一个重要的内容，就是光辐射振子的能量是离散的。这一点也给了玻尔一些启发。因此如果把辐射振子的能量看成了经典相空间（平面）上的轨道，那么很容易推出来，只有在相平面上特定半径的一些轨道才给出辐射振子的离散的能量。于

是，玻尔就得到了前面说的“环路积分”。把这个量子化推广到原子内的电子轨道，也是同样道理。

通过同样手法的简单计算，就可以知道，卢瑟福所说的圆轨道，轨道的半径并不是任意的，而只能是一些特定的离散数值。也就是说，给你一个原子，它内部只有特定半径的轨道可以让电子去奔跑。而不同半径的轨道能量是不一样的，轨道之间的能量差正好就是光辐射的能量。这些电子的轨道就好像北京城的二环、三环、四环、五环和六环一样，车子只可以在这些环路上奔跑，北京是不存在4.5环这样的高速路的。在不同的环线之间，汽车可以飞过来，比如直接从二环的积水潭桥飞到四环的保福寺桥。也可以直接从三环的北太平庄桥飞到二环的官园桥。总之，汽车只能走环线，而不可以走新街口外大街这样的有红绿灯的路，如果要在环线之间切换，就必须让汽车飞起来。

这就是玻尔的原子模型。

但问题是，为什么电子必须只能走这些离散的轨道呢？

玻尔没有办法解释，——因为实际上电子是没有轨道的！！

（4）

那么，没有轨道，电子是怎么运动的呢？这就是1925年薛定谔写出的那个波动方程描述的。电子其实是一种波动。十年前的1913年，玻尔当时还没有超越时代，他觉得，电子是有轨道的，但只能取一些离散的轨道。不同的圆形轨道可以用自然数1，2，3，…，n来标记。玻尔这个时候还算不上一个大物理学家，他强行规定，电子只能在特定的轨道上运动。他的这个做法其实是非常野蛮的，但不可否认，他能够用同一种语言把光谱和电子轨道联系起来是一个很大的进步。真正完美的计算需要再等13年，计算是出自情圣薛定谔，这个已经在上一章讲过了。

薛定谔写出波动方程以后，元气大伤，在床上躺着的时候他总是想

一个问题，这个波函数究竟是什么意思呢？虽然方程已经写出来，也能够算出氢原子内电子的分立的能级。但这只不过是事情的一个侧面，能级分立其实出自微分方程本身的结构，而作为微分方程里的主要未知量，波函数包含什么样的物理，却是很费解的。

上次在滑雪场确实是春心荡漾，可惜现在回头想起来，难免有些空虚，更加重要的事情还没有干呢，因为波函数的方程虽然写出来了，但这到底意味着什么呢？电子的运动没有轨道，这跟波函数有什么关系？$S=-ih\ln\psi$，在原子里，电子的每一个可能的轨道，都有一个作用量，那么，电子到底是怎么运动的呢？波动？在哪里波动？

波心荡，冷月无声，窗外一片寂静。

外一篇　函数方程：对应原理

（1）

前面已经讲到，1925年薛定谔关于波函数的文章充满了鬼打架的风格，那时候玻尔已经组建了一个哥本哈根学派，那里的很多人包括玻尔在内，对这种风格莫衷一是。薛定谔的方程里，没有物理上可观测的量，玻尔则开始处处强调物理上可观测的内容，比如光的频率，光的强度，在薛定谔的方程里，却没有这些。但薛定谔的方程可以解出氢原子的能级，这已经足够了——薛定谔的计算结果，和玻尔八年前的结果殊途同归。

八年前的结果可以被重现，自然说明薛定谔已经走到了一个绝妙的境地。

画鬼容易画人难，做学问永远是这样的。

量子力学在发展之初，也有这种画鬼思潮的痕迹。这种画鬼的思考方式起源于德布罗意，在薛定谔成为绝响。

我们暂时告别薛定谔老师，不再探讨他武功的路数，而转而去看看，一个真正的物理学家，是如何做物理的。

（2）

玻尔年轻的时候，解决了氢原子的能级问题。他的思路是非常自然的，不会让任何人觉得吃惊。这个思路的核心就是所谓“对应原理”，这个原理成为海森堡后来最厉害的思想武器。实际上，对后来者来说，对应原理是一种真正的物理方法，换句话说——这是物理学家做事情的一般方法，先假设，再求证。

在玻尔的原子模型里，电子在不同的轨道上运动，这些轨道可以用自然数n来标记。读者们一定要注意了，其实轨道是不存在的，但物理学家不可能先验地知道轨道不存在，所以，玻尔的思路是非常完整的。在经典力学里就可以知道，不同轨道的能量不一样，可以把第n个轨道的能量记为E（n）。

因为n是一个整数，所以E（n）是一个未知的数论函数。

玻尔认为，电子可以在不同的轨道之间相互跳跃。这被称为跃迁——类似于股票市场中的那种跳跃，比如，打开任何一个股票交易软件，今天的上证指数到了收盘的时候已经有了一条轨道，假设收盘在2890点，那么，明天早上开盘不一定是在2890点，有可能跳空高开，比如在2920点开盘。

电子的轨道也是如此，从能量高的轨道跳到能量低的轨道，电子的能量肯定要释放出来，这就满足如下的能量守恒方程。

$$E(n+m)-E(n)=h\nu(m,n)$$

这是一个函数方程，ν（m，n）表示光谱线的频率，这实际上是一个类似于F（n）＋F（n＋1）＝F（n＋2）这样的被称为菲波那切数列的函数方程。菲波那切数列的函数方程的目标是求出F（n）的表达式。同

样道理，玻尔要求出E（n）的表达式——这个表达式与整数n有关系，具有能量量纲。

（3）

$$E(n+m)-E(n)=h\nu(m,n)$$

这个方程的左边是2个能级之间的能量差，而右边是放出光子的能量。这个方程可以解释世界上所有的线光谱，所以，求解它显得尤为重要。

这个方程的右边是可以观测的，就是光的频率（波长可以通过用正弦机构带动旋转的光栅组成的单色器测定，频率是波长的倒数）。但左边是不能观测的原子的能级。求解的关键自然在于确定右边的函数形式。

这个时候，ν（m，n）的表达式是不能通过眼睛看出来的，必须要有一个假设来支撑它。玻尔使用了如下的假设，被称为对应原理：当n很大同时m很小的时候，ν（m，n）作为放出光子的频率等于电子在圆周轨道上运动的圆周运动频率的m倍。

高中学生都知道，一个电子作圆周运动的时候，它的角频率是圆周运动的速度和半径之比。为了计算方便，可以取m＝1，那么我们可以得到

$$E(n+1)-E(n)=h\nu(1,n)$$

对应原理说：

$$\lim_{n\to\infty}[E(n+1)-E(n)]=h\nu$$

其中ν是经典圆轨道的频率，这个频率是和能量E的3/2次方成正比的（高中物理）。

所以，我们有如下表达式：

$$\lim_{n\to\infty}(E_{n+1} - E_n) = CE_n^{\frac{3}{2}}$$

其中C是比例系数，是常数。

也就是说E（n）对n的导数正比于E（n）的3/2次方，可以推出，E（n）正比于n^{-2}。这样就解出了氢原子的能级表达式。

（4）

对应原理解出的氢原子的能级非常符合观测到的光谱数据，所以，这个原理成为思想的利器。玻尔在这个时候开始成为一个真正的物理学大师。真正的物理学大师不需要太多的数学，只需要在非常恰当的时候做出一些恰如其分的物理假设。在这个故事里，玻尔为了解出一个函数方程做了一个当n无穷大情景下的渐近假设，这个假设看起来也是非常合理的，因为他只不过要求一个量子系统在量子数很大的时候非常接近于经典系统。

对应原理把量子力学拉回到经典力学，这是必须的，因为量子力学在某种意义上是一门画鬼的学问，但最后必须要能回到人的世界。

8　物理思想集大成者：爱因斯坦

（1）

薛定谔写出波动方程以后，不但想起了玻尔在10年前的工作，他也想起了爱因斯坦。爱因斯坦是波动学说的支持者，薛定谔也确实是沿着爱因斯坦和德布罗意的路线走过来的。爱因斯坦在6年前，就已经是一名处于媒体聚光灯下的物理学大师，他被认为是修正了牛顿绝对时空观的人。

而这一切还要从1919年说起。

那是在1919年5月29日一个宁静的清晨，太阳刚刚升起。巴西南部一个叫做索不拉尔的偏僻村庄，偶然有一两声狗吠，草原和麦田在村子外蔓延，一直远到天边。

但是，与往日的宁静不同，这天村子门口来了一队行装古怪的外国人。有的操着蹩脚的葡萄牙语向村民们问好，有的打着手势借水喝，更多人在忙着架设天文望远镜和照相机。

看得出来，这是一群来自欧洲的天文学家，他们似乎要来这里拍摄有关日食的照片——日食，又作日蚀，是一种天文现象，只在月球运行至太阳与地球之间时发生。此时，对地球上的部分地区来说，月球位于太阳前方，因此来自太阳的部分或全部光线被挡住，看起来好像是太阳的一部分或全部消失了。日食分为三种，包括日全食、日环食与日偏食，其中较罕见的是日环食。

中午时分，灿烂的阳光渐渐褪色，一个黑影渐渐地遮蔽了太阳。围观的人群开始骚动了起来，经年不遇的日全食终于又发生了。

天空变得越来越暗淡，风也大了起来，吹得一个教授模样的人面前的天文望远镜的镜头微微颤抖。

领队的教授吩咐手下的一个摄影师在这微熏的黑暗中按下了照相机的快门。他的目光明显流露出期待，看他的样子，似乎是在给天空外的遥远的星星拍照。

满脸写着狐疑的村民们在边上个个敛气屏声，一言不发，一会儿看看实验人员，一会儿又望望黑暗的天空。很快，照相完成了，教授模样的人转身拿着照相机走进了临时搭建的大帐篷里，天空渐渐露出了一点鱼肚白，看来日全食也正在慢慢过去。大帐篷的一个角度被一块帆布隔开，那里很像是一个洗照片的暗室，教授模样的人进去以后，将湿漉漉的底片放在灯下时，很快教授先生的手连同大胡子都激动地抖了起来：空间是弯曲的？光线被弯曲了！牛顿那个僵化的平坦的没有弹性的空间，被粉碎了！他深吸一口气，睁大了眼睛，再仔细地看了一下照相的底片。

在两张重叠的底片上可以清晰地看到一条笔直的星光在穿过阴影中的太阳时，竟然发生了偏转，偏转角可以被测量出来，是1.7秒……

（2）

英国皇家学会的大厅，座无虚席，第一次世界大战的硝烟味似乎还在空气中弥漫，但科学家们还是闻到了一股新的气味，好像与往常不同。



绘画：张京

过了一会，大会主席汤姆孙爵士走上讲台，他是发现了电子以后得到诺贝尔物理学奖的，是一个对微观世界非常了解的人，但他对宏观世界和万有引力定理，却不太了解，因此，当读到大会的主要议题的时候，显得有半点的怀疑，慢慢地，他扶了扶眼镜："现在，我宣布，今天这次大会的议题是'广义相对论在天文学上的验证'！"

底下的学者们听到这里，开始骚动不安，纷纷交头接耳起来，底下的声音也越来越大，有的甚至不等主持人的召唤隔着橡木桌就站起来大声辩论……

"广义相对论？什么东西？爱因斯坦是那个德国人吗？"一个说。"相对论是错的！什么叫广义相对论？还可以验证？"另一个附和道。

汤姆孙摇了摇手中的铃铛，示意大家安静，"各位，下面我们请天文学家爱丁顿勋爵谈谈他的看法。"语音未落，一个风度翩翩的绅士已经站起来，出现在众人的视野里。

这就是著名的天文学家，爱丁顿勋爵，这次天文测量的总领队，他当时去的是另外一个观测点，一个在非洲的小岛，他领导的观测小组在

那里做了同样的日全食观测，数据也差不多符合爱因斯坦广义相对论的预言——所谓符合就是误差在1倍左右，因为靠照相拍摄星星的视位置的方法其实验的精密程度实在让人不能恭维——这就好像隔了1光年的距离让一个狙击手去瞄准一颗行星，谁能说清楚到底瞄准了没有呢。

爱丁顿勋爵上台以后，下面顿时安静了下来——因为大家都认识他，知道他是一个令人敬畏的天文学家，甚至是地球上唯一一个自称能懂爱因斯坦广义相对论的科学家。

爱丁顿说："我们的实验，是在日全食发生的时候，在地球上的两个相隔遥远的地方，同时做的……铁一般的事实……光线确实被太阳的引力场弯曲了……实验的结果与爱因斯坦博士的计算结果完全一致……"

他这个讲话虽然有不少夸张的成分，尤其是"完全一致"的这个论断非常像中国的专家，属于典型的夸夸其谈，但因为别人都不懂这究竟是怎么回事，于是也就不好再说什么。

媒体也马上获得了这一项重要的实验进展，第二天的《泰晤士报》头版头条的报道是《英国天文学家支持德国物理学家的理论：光线弯曲了，牛顿神话破灭》，报道说："英国科学家支持了德国科学家的理论。爱丁顿爵士宣称，目前地球上只有3个人懂得爱因斯坦博士的广义相对论，而且，爱丁顿爵士还想不到第3个人到底是谁……"很快，从伦敦街头的商贩，到曼彻斯特地下巷道里面目黝黑的煤炭工人，都隐约知道了科学界最近发生了惊天动地的事——牛顿理论，不行了！现在出来了一个德国人，推翻了牛顿理论。在大西洋彼岸的纽约，《纽约时报》的头条标题是"俄国爆发革命"，但接下去以更大的标题写道："爱因斯坦的胜利"，报道说"恒星在不在它们应在的位置上出现，似乎不必担心。但说明牛顿万有引力定理是错误的，而应该被爱因斯坦的广义相对论所取代。牛顿理论的崩溃正在引起公众们对科学真理的恐慌情绪，很多人已经开始怀疑九九乘法表的正确性，学生们则开始拒绝作几何题，

又据不愿透露姓名的消息人士透露，爱因斯坦在把他的著作交付出版商时，警告说全世界仅有12个人懂相对论，但出版商乐于承担这个风险……”在浪漫之都巴黎，小资们的沙龙里“相对论”马上成了最时髦的词语。雍容华贵的妇人们可以一边抚摩着怀中的哈巴狗，一边和女友们眉飞色舞地谈论最新的“相对论”——时间弯曲，空间弯曲，星光弯曲，一切都在扭曲，这一切如同在谈论昨夜刚上演的歌剧，栩栩如生。在柏林，官方正在为难是否宣传这位并不是日耳曼人而是犹太人的传奇科学家的时候，大街小巷的啤酒馆里的人都在神秘而兴奋地谈论着爱因斯坦和他的相对论。是的，自从一战以德国的惨败而告终后，很久没有这样激动人心的话题了。一个德国人能受到战胜国英国的推崇，真是少见。一夜之间，小学生们也把爱因斯坦那著名的象征着相对论的公式$E=mc^2$写入了家庭作业的练习簿。第一次世界大战的硝烟刚刚散尽。为民族主义所鼓动的人们在大喜大悲过后，却发现轰轰烈烈的一战除了大口径重炮，齐柏林飞艇，满目疮痍的建筑物和以百万计亲人充当炮灰以外，委实没有剩下什么。各地开始出现各种宣传相对论和爱因斯坦的漫画，有些漫画甚至把光线弯曲画成一个小偷在黑暗中作案，但因为光线弯曲，他还是被人发现了！



绘画：张京

对媒体与大多数人来说，爱因斯坦是一个耀眼的科学明星。他的思想博大深邃，而这一切又似乎是在一夜之间发生的。而真实的情景却不是这样的，其实早在1911年，爱因斯坦在《物理年鉴》上发表了题为《关于引力对光线传播的影响》的论文，论文中预言：当恒星的光非常接近太阳时，会因为太阳的引力而产生小小的偏离，而这种光线的弯曲是可以测量的。但这个时候，爱因斯坦还没有完整地考虑时空弯曲对光线的影响，他只考虑一部分有均匀引力场产生的光线弯曲。也就是说，引力场的存在使得我们人类就好像水中的鱼在看岸边的树，树会显得比真实的高度要高一些——这一切都是典型的光的折射效应。

（3）

对于当时的普罗大众来说，相对论到底是什么，是不可能搞明白的深奥理论。而对爱因斯坦来说，他从狭义相对论走到广义相对论，也花了10年的时间，这10年来筚路蓝缕，其中的艰辛与磨难，也只有他自己知道。

更早的时候，1907年，有人请爱因斯坦写一个介绍狭义相对论的综述文章，写这样的文章，使得爱因斯坦重新全面地审视了一下自己的理论和周围的世界。狭义相对论是在1905年建立的。当时的爱因斯坦依然在伯尔尼瑞士专利局，他经常坐在书桌边一边做一些专利审查工作，一边则想想自己的相对论理论，在他的狭义相对论中，他发现世界上的每一个人的手表，走动的快慢是不一样的，而且有的时候根本无法相互对准。正当他为关于时间的私有性感到非常神秘的时候，他又突然遇见了他一生中最快乐的思想——等效原理，“我正坐在伯尔尼专利局的桌旁，突然出现了一个想法，‘如果一个人自由下落，他将感受不到自己的重量。’”换一句话说，引力质量等于惯性质量。爱因斯坦把这个称为

等效原理。

这个原理其实很简单，就是在高中阶段的物理课本中，重力场G＝mg是可以被一个非惯性参考系的均匀加速度所等效的。这本来也没有什么新颖性，但是爱因斯坦比较深邃，他马上想到另外一个问题——引力场的能量到底是谁观测到的呢？比如一个人朝太阳掉下去，按照等效原理，在他看来，他没有感受到任何引力，相当于他没有测量到引力场的能量。这明显不同于电磁场的情况。因为电场与磁场是相互补充的，不同的人看到的电场和磁场的总能量是一个不变量——就算是在一个加速的系统里也是如此，无非就是有电磁波的产生，在这个时候总的能量还是可以计算出来的。因此，我们总可以说，如果一个静止的人看到一个静电场，在另外一个跑动的人看来，既有电场还有磁场，但他们两个人看到的电场和磁场的总能量是一样的，这就是说，电场和磁场的能量是可以局部到一点来谈论它的密度。现在问题变得不一样了，首先是爱因斯坦从来没有听说过引力场还有引力磁场这部分东西的存在，而且对应于电磁波的引力波也是没有听说过的，那么这个关于引力的理论到底应该怎么改造呢？引力能量有没有局部的密度？这在爱因斯坦心头是一个巨大的问题。

另外，按照这个等效原理可以知道，在自由下落的电梯里如果有一个手电发光，那么这个手电发出的光在电梯里的人看来走的是直线，但在电梯外的人看来走的却是曲线。也就是说，使得这个电梯自由下落的是万有引力，同样也能弯曲光线？虽然牛顿本人早在1717年出版的《光学》书中，也有一个附录，一共提了31个疑问。其中第一个疑问就是问引力会不会对光线有弯曲作用，当然那时候是无法解答这个疑问的，现在爱因斯坦同样遇见了这个问题。

为了计算光线到底被引力场弯曲了多少，爱因斯坦做了一些计算，因为这个结果必须与狭义相对论关于时间是私有的这点进行协调，爱因斯坦不得不把整个问题与时间和空间放在一起进行打包研究，在这个过

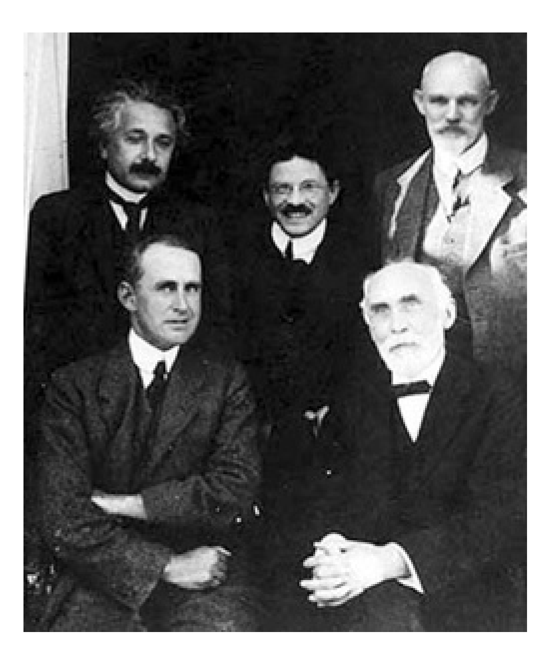
程中，他意识到，时间与空间作为一个整体其实并不是别的什么东西，它们直接就是引力场。

时空就是引力场！

这是爱因斯坦最震撼人心的思想。

这是广义相对论的基本内容，我们将在本书的第二部分集中介绍。

1915年，爱因斯坦发表了介绍他的广义相对论思想的论文。这篇论文的影响本可能因为战争而被限制在德国，但爱因斯坦的两位密友：洛伦兹（Hendrik Antoon Lorentz）和埃伦费斯特（Paul Ehrenfest）收到了论文，并且与荷兰天文学家德西特（Willem de Sitter）分享。



第一排从左至右是：爱丁顿和洛伦兹；第二排从左至右是：爱因斯坦、埃伦费斯特和德西特。

照片拍于1923年9月的荷兰莱顿天文台

德西特作为英国皇家天文学会的秘书随后将文章发给英国的天文学家爱丁顿，后者1906年到格林尼治天文台工作，1913年任剑桥大学天文学教授，1914年后兼任该校天文台台长。

31岁就当上剑桥大学天文台长的爱丁顿认为爱因斯坦的论文“美、优雅、有力”，“这篇文章让我数夜不眠”。

但在当时英国反德情绪严重，无法发表一篇德文的报告，爱丁顿就让德西特写了一系列文章来介绍爱因斯坦的理论。这样，在战争中最黑暗的时期，英国人也了解了爱因斯坦的思想。

因此，如果说爱因斯坦1911年版本的光线偏折理论并不完善，但到了1916年爱因斯坦的广义相对论的完整版本给出的光线弯曲的预言是广义相对论的几大预言之一，这个效应已经完全考虑了时空弯曲的影响。另外一个预言是水星近日点的进动。离太阳最近的行星是水星，那儿的万有引力场强最大，广义相对论的修正最明显，之前天文学家已经观测到水星近日点存在进动，也就是说，人们开始注意水星的公转轨道不是一个封闭的椭圆，但没有人可以解释这到底是为什么。既然轨道不是椭圆，有了广义相对论就知道，水星与太阳之间的万有引力势场不是严格地与距离成平方反比的库仑势。在经典的力学里，有一个所谓贝特朗（Bertrand）定理，这个定理说只有当中心势是库仑势或者谐振子势的时候，轨道才是封闭的。这个定理是重要的，因为它否认了其他势场里存在封闭轨道的可能性，哪怕是对库仑势的微小偏离。所以，当爱因斯坦的广义相对论对万有引力的库仑势做修正的时候，在理论上，椭圆轨道就一定不是封闭的了，近日点在空间中会渐渐移动。广义相对论虽然比较难以理解，但在这个椭圆封闭性问题上，结论也是很清楚了。因此牛顿的万有引力定律，那样美的一个定律，在引力比较强的时候，也是不对的。

这些就是20世纪20年代爱因斯坦已经成为大物理学家的思想内核所在，而他所做的物理工作其实还有很多是集中在量子力学方面，在那方面他的思想同样深邃，但真正说他是一个物理思想的集大成者还是因为他改革了牛顿的僵化的时空观。

薛定谔对爱因斯坦充满了景仰之情，但他的兴趣并不在广义相对论上，因为广义相对论的数学太难了，高斯他们发明的微分几何他没有学习过。薛定谔在1926年面对的一个困难是来自玻尔集团对他的理论的攻

击和非难。因此，他很想知道爱因斯坦是不是会支持自己的波动方程，他也想知道，那个海森堡的所谓矩阵力学，到底是怎样一个力学。量子力学的一切似乎在一个梦幻之中——他希望能得到爱因斯坦的支持。

9　犀利哥

（1）

在维也纳读中学的时候，泡利就已经是一个非常强悍的少年了，可惜奥地利没有什么好大学，于是，泡利就来到了德国的慕尼黑大学，师从物理学家索末菲。在引力场内被发现弯曲光线的时候，泡利这个21岁少年，就开始写了一系列关于相对论的文章。泡利少年成材，春风得意，他自视极高，对别人也就相当刻薄，可以称为“犀利哥”。



泡利

索末菲是一名数学能力还不错的物理学家，他曾经算一个很难的积分，用到了复变函数的内容，他的原子模型和玻尔的如出一辙。只不过，在玻尔那里，电子绕原子运动的轨道是一个标准的圆，而索末菲觉得，既然在太阳系中，地球等各个行星的轨道是一个椭圆，这是开普勒当年就已经说明了的事情。所以，电子绕原子转动的轨道，应该是椭圆。

椭圆轨道可以修正一系列的光谱项，但这不能完全与实验对应上，于是，索末菲一筹莫展，在此之后，他的研究小组里新来了一个学生，是一个大脑袋方脸孔的矮个子小伙，这就是泡利。泡利长得天庭饱满地角隆丰，一看就是一个聪明的孩子，其发言大胆辛辣，在组内相当活跃，其批判之犀利，可以说达到目空一切的程度，他甚至声称爱因斯坦看来也不是真的那么愚蠢。

泡利因为在高中阶段已经自学完爱因斯坦的狭义相对论，所以他几乎天天给索末菲讲狭义相对论的那点破事，仿佛他才是索末菲的老师。索末菲也受到触动，灵机一动，于是在光谱修正的时候，又加上了狭义相对论修正。这样一来，居然天衣无缝，理论结果与实验结果意外地符合，这让索末菲大喜过望，也对泡利情有独钟。所以这师徒两人，一个搞椭圆一个搞狭义相对论，可以说是珠联璧合。

实际上，索末菲的模型是错误的——正确的模型应该是电子在原子内的运动根本不存在所谓轨道，但是，因为能解释试验，所以人们对他的评价变得很高，玻尔的古典量子理论，也被改称为“玻尔-索末菲理论”。

在狭义相对论的修正中，索末菲与泡利引进了一个很重要的无量纲的纯数字，因为带量纲的数字都不表示物理本质，比如1米的长度，我们可以改称其为100厘米，可以重新定义1米的标准，称之为19米。这样都可以，所以有量纲的物理量只有相对的意义，于是物理学家需要寻找没有量纲的而且在物理理论中自然出现的纯数，索末菲引进的这个数字就是物理学界最重要的常数之一，号称精细结构常数——因为这个常数可以解释光谱的精细结构。精细结构常数的直观的意义是：在氢原子中，电子的绕核速度等于光速的1/137。

在这个迷茫的治学过程之中，索末菲还发现，在他的狭义相对论修正之中，如果原子的核电荷数字超过137，那么，他的狭义相对论修正就会失败，这似乎在冥冥之中暗示，原子的核电荷数不可以太大。

至今确实是没发现核电荷数超过137的原子。

所以，这又有点诡异了。

索末菲是老派的物理学领袖之一，当时在欧洲大陆有三大物理学中心，分别由索末菲、波恩和玻尔执掌。爱因斯坦则到处流窜，从苏黎士奔到布拉格，又奔到柏林，他与这三大门派的交往并不深，看上去好像一个独行侠。

（2）

泡利跟着索末菲一起做物理，耳濡目染的就是这些椭圆轨道和狭义相对论修正，因此，他是在很年轻的时候就知道电子绕着原子是在一个平面上运动的，而且具有椭圆的轨道。这养成了他对物理学的嗅觉，他很喜欢椭圆轨道，等他读了几年大学以后，他对椭圆轨道已经异常了解，他甚至知道，这椭圆的背后有一个隐藏的对称性。

什么是椭圆？在数学上，椭圆的定义是在平面上到两个定点之间的距离之和等于定长的点所组成的集合。这个是很清楚的，一般高中生就要学会怎么样画一个椭圆。

一般说来，一个椭圆是封闭的，这样的对称性背后，包含着守恒的物理量。由对称性导致守恒量，是同时代伟大的德国女数学家诺特（Noether）的思想，数学家外尔曾经这样开玩笑："女数学家有两种，一种不是女的，一种不是数学家。"没有问题，诺特肯定是一个数学家，她一辈子没有结婚，把全部精力投身给了近世代数。描述对称性最好的语言是群论。对称性和守恒量有一一对应的关系，这一点，是深刻的。比如，众所周知的结论是，空间是均匀的，所以动量守恒。于是，行星运动的轨道是封闭的椭圆，这样的对称性导致的守恒量就是拉普拉斯-龙格-楞次矢量。这个矢量是指向椭圆长轴的方向的。

泡利看着他老师在纸上和黑板上画的那些椭圆轨道出神，他觉得这

背后有很神秘的东西还没有被挖掘出来。在几年后的1928年，犀利哥终于有所领悟，他可以看到这些额外的守恒量正是他需要的李代数，后来他拿这个守恒量子解答出来了氢原子的能级。这是后话。

（3）

前面已经说到，1919年相对论的革命热潮开始感染了一些物理学家，比如爱丁顿和外尔等人就开始写了一些介绍广义相对论的教材，这些书多数被冠以时间、物质和引力这样的名字，其主要强调物质对引力场的决定作用。也就在这个时候，当时有一个百科全书，也想要介绍最先进的相对论知识，于是，编辑就找到了索末菲，请他来写一系列文章。索末菲自己对广义相对论是非常不清楚的，于是把这个任务交给了刚刚上大学2年级的泡利。

广义相对论是以理论晦涩难懂且对数学程度要求高著称，泡利一边自学一边写，比当时我们中国的徐志摩靠谱不少。徐志摩当年在欧洲游学的时候，他的大舅子也就是张幼仪的哥哥张君劢曾经给他一本相对论的书叫他去看，他看了以后囫囵吞枣，最后也写过一篇科普相对论的文章《安斯坦相对主义——物理界大革命》发表在梁启超主办的《改造》杂志上。但可惜的是，徐志摩本身没有搞懂相对论，所以他的科普文章写得一塌糊涂，科普效果很差。而同样差不多年纪的泡利则不同，他的文章不仅总结了当时已有的成果，并且给出了自己的解释和看法——一看就是一个青年物理学家的手法，不像徐志摩属于纯扯淡的。他写的这系列条目后来出版了单行本《相对论原理》。此书出版的时候，泡利还不到26岁。此书有中译本，由凌德洪、周万生翻译。

泡利读大学的时代，是相对论和量子理论两棵小树苗在渐渐长成参天大树的时代，是一个激情澎湃的时代。量子理论有一些基本的问题还没有解决，但留下了浩如烟海的光谱数据。从这些数据里能读出物理的

人都堪称开普勒式的人物。索末菲就是为了解释这些光谱数据引进了椭圆修正和狭义相对论修正。但泡利不满足于解释单个原子，他希望解释门捷列夫的元素周期表。

1922年，泡利离开慕尼黑大学，来到哥廷根大学和玻恩一起做研究。这一年，正好玻尔来讲学，于是，泡利也就结识了这个古典量子论的领袖人物。这年秋季泡利跟玻尔到哥本哈根大学理论物理学研究所工作。

当时物理学家已经在光谱中推测，每一个轨道上的电子个数是有限的，这很奇怪，因为，按照物理学中的势能最小原则，一个跳楼的人总要落到地面，因此在原子中，电子似乎也应该全部集中在势能最小的那个轨道上。但观测的结果表明，每条轨道上，只有有限个电子。

准确地说，每条轨道上，一般是有2个电子。

为什么是2个？

这个问题吸引了很多年轻的物理学工作者，很多人提出了一个解释，认为电子在作椭圆轨道的运动的同时，还有另外一种看不见的神秘的内在的运动，这种运动被称为自旋。但要确证自旋的存在，很多事情纠缠在一起，使得问题无法彻底澄清——主要是1922年开始当时做实验的施特恩-格拉赫（Stern-Gerlach）等人把银原子束在磁场中的偏转成上下对称的强度相等的两束这个经典实验的物理解释给解释错了——他们的实验使用的是银原子（Ag），银原子的电子结构是：2，8，18，18，1。除去最外层电子外，其他为满壳层。相比较于电子的磁矩，原子的磁矩可以忽略不计。因此只需考虑电子运动导致的磁矩，而除最外层5s电子外，其他电子轨道角动量、自旋角动量恰好完全抵消。又因为s电子轨道角动量为零，因此银原子磁矩近似而言主要是由5s电子的自旋导致。当时斯特恩和盖拉赫使一束银原子通过非均匀的磁场，发现银原子分裂为两束。原因是原子磁矩在非均匀磁场中受到力的作用。这实验同时说明，银原子磁矩有两种取值，可惜的是当时人们并没有自旋的

概念，根据轨道角动量的理论，轨道角动量（L）的取值只能是整数，如：0，1，2…，磁量子数取值则有2L＋1种可能性，即由－L，－L＋1，…，L－1，L。因此轨道角动量概念只能解释奇数条条纹分裂，而无法解释偶数条条纹分裂。于是他们就陷入了迷茫——因为他们是为了验证索莫菲的角动量量子化而来进行这个实验的，而银原子的轨道角动量正好是零，因此实验结论与想要求证的东西可以说正好南辕北辙。后来他们用氢原子做了同样的实验，发现还是这样的结果，于是开始想着要引进其他量子数。解决方案是引入电子自旋（s），自旋取值为1/2，自旋投影取值为－1/2，1/2，正好可以分裂为2条。

但当时施特恩-格拉赫根本没有想到自己是发现了自旋，所以事情变得很复杂。而同时在碱金属元素的发射光谱课题中，在1924年，泡利首先引入他称为是“双值量子自由度”（two-valued quantum degree of freedom）的概念。这使他可以形式化地表述泡利不相容原理，即没有两个电子可以在同一时间共享相同的量子态。但到底什么是他所谓的量子态，他本人也并不清晰。

到了1925年，克罗尼格（Ralph Kronig），朗德的一位助手，提出这个量子态中还有一个叫自旋的量子数，这是由电子的自转产生的。当泡利听到这个想法时，他作为犀利哥马上给予严厉的批驳，他指出为了产生足够的自转角动量，电子的假想表面必须以超过光速运动，而这违反他最熟悉的爱因斯坦狭义相对论。由于泡利的批评，克罗尼格决定不发表他的想法。当年秋天，两个年轻的荷兰物理学家产生了同样的想法，这两个年轻的研究生就是乌仑贝克和古德斯密特，他们在保罗·埃伦费斯特的建议下，以一个小篇幅发表了他们的结果。

尽管泡利最初是反对这个自转的想法的，但他后来发现自转与自旋并不是一回事，电子的自旋是没有经典对应的，因为电子没有大小，电子不像一个地球那么大可以自转，电子没有大小尺寸，所以它的自旋就是一个纯粹的量子现象。于是泡利在1927年形式化了自旋理论，他开拓

性地使用泡利矩阵作为一个自旋算子的表述，并且引入了二元旋量波函数。也就是说，在对电子自旋的数学化的描述上，他终于取得了成功。

这样他也就能大致地说明他的不相容原理了。在每个轨道上存在2个电子，这就好像在高速公路上，每个车道上只开2辆车，这背后肯定有事，说明交通管制了，可能有政府高官正去机场接客，所以车道被管制。

在原子世界，也存在同样的交通管制——这就是泡利在1925年写出的不相容原理："在同一个原子中没有两个电子可以在相同的量子态。"这意味着，没有两个电子的量子态相同：能量，角动量的大小，角动量的方向，以及最重要的"自旋"。

如果把原子比作一个家庭，那么这个家庭里所有的孩子，都不可能既有相同的年龄，又有相同的相貌，而且还有相同的DNA遗传信息。每一个轨道最多有2个电子，就好像说这个大家族里的每个家庭最多有2个孩子，而且必须一个是男孩，一个是女孩。

原子就是这样一个巨大的空间，里面有很神秘的运转法则，泡利的不相容原理，其背后的思想核心是电子存在一个额外的自由度，那就是自旋，为了说明这个非相对论性的自旋，泡利引进了自旋角动量SU（2）李代数。关于自旋的这个不相容原理是年轻的犀利哥做出的第一个物理学猜想，虽然他无法从更深邃的角度来证明这个猜想是对的。但很多人还是把这个猜想称为一个原理，这是从光谱数据中得到的第一个宝贵原理。这也是弗朗禾费时代以后，光谱学研究的最高成绩之一。时过境迁之后，人们最后还是把泡利不相容原理应用到了恒星研究，也得到了白矮星的质量上限。

在泡利的不相容原理提出来的同时，犀利哥有一个师弟在光谱中得到了另外一些重要的东西。

10　海森堡：日出

（1）

1923年夏天一个闷热的傍晚，云层在高空形成湍流，校园里没有一丝风，热浪让空气无语凝噎。德国慕尼黑大学的一间教室坐着几个教授模样的人，他们已经听完了一个23岁年轻人的博士论文答辩。

其中一个教授模样的人跷着二郎腿，不屑地对年轻人说：“海森堡，你这样下去是不行的啊——虽然我听说你父亲在这个大学里也是有名望的教授……但是，我们是要讲事实的，你的湍流理论缺乏实验数据的支持，模型也有问题，我在考虑要不要给你这个博士学位。”

年轻人低着头羞涩地站在讲台边上，唯唯诺诺地说：“维恩教授，其实，关于湍流，我……”名叫维恩的教授粗暴地打断了年轻人的话，说：“别再解释，你的论文不行，你实验也不行，理论也不行，你这样混一个博士学位，对你个人的成长也很不利……”

年轻人似乎有点愤怒了，他的眼睛里充满委屈的愤怒光芒，血液像岩浆一样在沸腾，拳头已经紧紧地攥起来。心想小爷我15岁自学微积分，高中毕业读完外尔写的相对论……海森堡听见自己的喉结在颤动，吐出这样的一句话来：“您说得对，维恩教授。”

接下来，就是一次长时间的比较空洞的沉默。

教室里静得连一根针掉在地上的声音都能听见，慢慢地海森堡也好像中了化骨绵掌，虚汗从后背冒出来，仿佛一滴一滴掉到了地上。海森堡的导师索莫菲终于打破了这短暂的死寂，说：“维恩教授，其实，海森堡对实验技术确实缺少了解，但……依我看，他的文章还是有可取之处的……”

海森堡感觉自己好像一个可怜虫，静静地等待着命运的审判。维恩

的刁难成了他心中的刺。维恩当时已经得到诺贝尔奖，他对黑体辐射有一定的研究，得到了一个维恩位移定理，说黑体辐射最强的波长和温度之乘积是一个常数——类似于汽车在额定功率一定的时候，汽车引擎产生的拉力和汽车的速度之乘积是一个常数。

海森堡得到博士学位以后，连夜离开了慕尼黑前往哥廷根，23岁的脸上还充满稚气，但这次博士论文答辩已经让他成熟了不少——他的人生观已经悄悄改变了，他变了，内心深处变得怨愤——没有人知道他已经长大了，心中充满了不平。他前去投靠玻恩，这事情是早已经说好了的，1922年10月他们已经认识，海森堡这次去玻恩那里相当于是去那里做博士后研究——人生若只如初见，交往越多，关系越微妙。自从投靠上玻恩以后，海森堡也渐渐地讨厌起玻恩来，到了最后，他视玻恩为寇仇，在文章里也很少提起玻恩对他的影响和鼓励，甚至在1932年诺贝尔演讲中他似乎也对“玻恩”这个人名讳莫如深——玻恩实在很委屈，他心里说：“海森堡，我和你前世无怨今生无仇，你怎么凡事都要刻意冷落我。”

人是很微妙的动物。

海森堡在玻恩那里开始他新的工作。1924年复活节，他第一次去哥本哈根，但不久就回到了哥廷根。这个时候，表面上看上去有点腼腆的青年海森堡正在积蓄足够多的力量——在他心中，那个曾经的阳光大男孩，已经死去，现在活着的，是一个内心世界如静水深流的海森堡。海森堡不由得回忆起自己的青少年时代……

19世纪末到20世纪初的电力革命让德国走在了世界最前沿，以西门子为代表的电器公司增强了德国的科技与经济实力，渐渐成为后起之秀，这个国家在很多方面已超越英法等老派帝国主义国家。可惜在俾斯麦统一德意志的时候，地球上的殖民地已经被西班牙、葡萄牙、荷兰、法国，尤其是大英帝国给瓜分干净了——那个大英帝国不是曾经号称是“日不落帝国”吗？德国只在非洲几个贫瘠的地方扶植了自己的势力。

要打破前人的格局，德国联合了奥匈帝国与奥斯曼帝国组成同盟国，开始与英法对抗。英法自然不敢小视，拉拢了和德国几乎同时崛起的美国与俄罗斯组成协约国。第一次世界大战在巴尔干半岛这个火药桶的引爆下展开了。



绘画：张京

从1914年“一战”的正式开始，德国大量的民用资源被消耗在无意义的战场上，国民经济开始崩溃，人民的生活也变得拮据。有一次海森堡因为太饿了，直接从自行车上摔了下来。众所周知，一战之后，德国战败，凡尔赛和约签署，德国把阿尔萨斯与洛林地区归还给法国，同时要承担巨额赔款，在这个时期成长起来的德国年轻人进入了食不果腹的贫穷时代。笼罩在战争失败的阴影下，慕尼黑的街头天天上演着几个政治派别的血腥搏杀，弱肉强食成为社会常态。海森堡切切实实地感受到了政治的虚伪和残忍，也许只有在自然科学才能找到那份纯真与善良。成王败寇的丛林现实让人感觉到只有让自己变得更出色，更强大才能顽强地活下来……

（2）

1925年5月，天空那么阴。

北海。

赫尔兰岛。

海鸥在盘旋。

孤岛，杂草丛生。

海森堡戴着墨镜，脸色阴郁，走在沙滩上，用脚趾踢打着浪花。他得了枯叶草病，是一种花粉过敏的病，需要在这一个没人的地方躲一段时间。

海浪打在沙滩上，发出哗哗的响声，那么有节律，这个单调节律在海森堡听起来是一个周期运动，他的脑子里还在想着另外一个周期运动，那就是电子绕着原子核的圆周运动——这是玻尔的模型，他已经厌烦了。

24岁的他，厌烦了一切，他喜欢海浪的声音，那像是一个孤独的沉默者的哭泣，拍打着他的灵魂，他爱大海的蔚蓝和深邃，他知道海浪里还有他所研究的湍流，但现在他更关心一些简单和谐的东西，那就是月球绕着地球转，潮起潮落这些简单的周期运动。玻尔的模型那么单调，简直有些无聊，因为电子的圆周运动的轨道根本是看不到的。只有光的频率和强度，才是可观测的。24岁，嫩得像一棵草，他决定出手了——干掉玻尔！

电子轨道？周期运动？

电子轨道是周期性的？

周期函数可以展开为傅里叶级数？

展开它？

展开以后？是频率和振幅？有意思，值得一搞？

哦，行，就这样干，海森堡像被沙滩上的什么东西吸引住了，蹲下来，捡起了一颗美丽的鹅卵石，他将之攥到手心里，然后缓慢地站起来，用力将之抛向远处的大海。

从海边回到他住的旅舍，洗了一个澡，准备把刚才脑子里想到的那个东西写下来。这时候，已经是晚上了。

等海森堡连夜写完这个傅里叶级数展开，他发现，这个傅里叶级数不应该使用正常的傅里叶级数，因为原子发光的时候，光的很多频率并不是等间隔分布的，光谱线的频率之间基本上显得杂乱无章，但这些频率也可以作为一种变异的傅里叶级数的展开频率——这就好像人民币一样，不是1元，2元，3元，4元，5元，6元……面值为等间隔的纸币都有，而是只有1元，5元，10元……这些基本面值，但同样可以用这些面值去展开任何需要支付的钱款数目。如果这种变异的傅里叶级数展开是可行的，那么两个轨道的乘积满足一个很奇怪的求和规律。这是什么呀？海森堡写到这里，就停住了，陷入迷惘之中。他觉得自己像一个迷路了的旅人，这文章意味着什么呢？

写完文章后，已经是凌晨，困意全无，海森堡出门，跑到远处的山崖上，静等旭日的升起。

天边首先露出一点鱼肚白。

海森堡的思绪仍然萦绕在那些令人困惑的量子问题上，现在他压抑已久的灵感不断迸发，潜在的革命性思想正在努力冲破传统观念的束缚。他在想，既然电子没有轨道，那么通常的位置和速度描述将不再有意义，这样看来，确实必须利用新的描述量来建立理论。玻尔的对应原理、克拉默斯的色散关系不断出现在他的脑海中，他意识自己所创造的这种变异的傅里叶级数展开也许确实可以建立一种新的力学理论。

海森堡从北海回来，把文章交给玻恩阅读，问道："这个文章值得发表吗？"

玻恩的回答非常言简意赅，只有两个字："值得。"

过了一会，金语良言的玻恩又补充道："那些乘积就是矩阵，我上学的时候就跟希尔伯特他们学过，应该就是矩阵。"

于是，海森堡就发表了他一个人署名的文章，第一篇矩阵力学的论

文《关于运动学和动力学的量子力学解释》，历史上称为“一人文章”。这个文章里有很奇怪的乘法求和法则，玻恩一语道破天机，认定这个乘法求和规则，正是英国数学家凯莱所定义的矩阵乘法。

凯莱先定义了矩阵的零元素和单位矩阵，接着通过坐标系的连续两次变换，发现了一个很自然的矩阵乘法的定义。

量子力学不是一门直观的物理理论，但这个理论具有最直观的表达方式，那就是矩阵。矩阵在生活中经常出现，如果在一个大学里，夜晚站在女生宿舍楼下，就能看到矩阵——虽然矩阵的英语matrix亦有“子宫”之意，不过此处我们并不研究子宫，而是谈论矩阵。



宿舍楼每一个窗户里，住的人的数目构成一个宿舍矩阵的矩阵元

如果盯住整幢宿舍楼看，假设这个楼是8层的，每层有8个宿舍。那么，这就是一个8乘8的矩阵，而每一个宿舍里女孩子的人数，就可以看成是矩阵元。矩阵是多么美妙。文科读者们一定不要有惧怕心理，其实真理永远是朴素的，矩阵就是一堆数放在一堆整齐的方格里而已，欧拉以前也没有搞过矩阵的乘法，但他曾经思考过一个问题，这个问题是所谓拉丁方问题，或者说“三十六军官问题”——本书不再展开谈这个，有

兴趣的读者自己可以上网查阅。总之，欧拉为了把一些数字放在一起做成一个满足某种性质的矩阵，花了九牛二虎之力。其实早在中国古代，传说大禹治水时（约公元前22世纪），于洛水中浮现一只神龟，它的背上有规律地排着九种花纹，这图后人称为“洛书”，也称九宫图。如果把图形改成现在通行的阿拉伯数字，就是一个3阶魔方（Magic square）。

8 1 6

3 5 7

4 9 2

上面这个魔方可以具有非凡的特性，它其实也是一个矩阵。如果把它看成矩阵，那么也可以想到计算它的特征向量，做一系列的操作。也可以把它们乘起来，研究其他的性质。因此确实可以把魔方看成是矩阵的一种——作者就曾经发现n阶魔方M与其转置矩阵的乘积的最大本征值等于M的迹，这是一个很让人惊讶的结论。如果您还是不懂什么是矩阵，请先不要着急，随便找一本线性代数的书就可以学会，为了激励有志青年学习矩阵理论，我们来看哈代如何评价华罗庚，哈代说“华玩弄矩阵就好像玩弄整数一样轻松”。

要想轻松一些，我们可以来看一个最简单的矩阵的例子。比如某一天，从北京开往杭州的火车，在停靠站的时候，上下车的人的数目如下图所示（从矩阵中可以看出北京到济南站的时候，有100人下车，有48人上车）。

火车T31/T32上下车人数表

上车＼下车	北京	济南	南京	上海	杭州
北京	0	100	300	400	1200
济南	48	0	55	45	33
南京	99	122	0	49	77
上海	49	132	97	0	100
杭州	1100	48	88	151	0

（3）

海森堡是在非常懵懂的情形之下，发现如果采用直接可以观测到的光谱频率作为基本可观测的物理量，而抛弃不可观测的电子轨道，那么在新理论（量子力学）里，一些物理量应该用矩阵来描述，而不是以前认为的函数或者数字。这是量子力学全部的数学意义所在。

而一个n阶矩阵M有特征方程

$$f(x) = \det[M - IX] = 0$$

这个特征方程是一个n次多项式方程f（x）＝0，在第1章我们已经讲过，代数基本定理说，n次多项式方程具有n个解，这n个解被称为矩阵M的特征值。在很多情景下，当M表示一个物理系统的能量时，上面所讲的n个解正是这个物理系统的能级。

凯莱当年还发现一个更加有意思的事情，那就是上述n次多项式方程f（x）＝0，对于矩阵M也是成立的，也就是说，f（M）＝0。这被称为凯莱-哈密顿定理。

量子力学的基本语言是矩阵，这起源于玻恩的贡献。玻恩对薛定谔

的波函数和海森堡的乘法求和规则做出了正确的解释，所以，他是量子力学历史上，在正确的时间正确的地点出现的最正确的人。

海森堡后来说："那是在夜里三点钟左右，计算的最后结果出现在我的面前，……我深深震惊了。"1925年的漫漫长夜之中，当别人还在对电子轨道恋恋不舍、犹豫不决时，彻底抛弃那些看不见的轨道的海森堡终于发明了一套新数学方案——变异的傅里叶级数展开，它会导致一种新的犹如九九乘法表的东西，不过这个参与乘法的已经不是整数，而是矩阵了。当时矩阵对物理学家来说，还是很神秘的东西，海森堡被数学和物理夹杂，感觉如有神喻，那天晚上怎么也睡不着，他早早起床，站在海边的礁石上，一个人静静等待旭日的升起。

外一篇　测量问题举例：对波长的测量

（1）

通过阅读本书，读者们一定已经发现，这本书已经提到过关于一个物理量到底是不是可以测量的这些技术性问题。其实，量子力学理论是非常强调"观测"的。这也是物理学和数学的区别——比如一只苍蝇绕着一个坐在凳子上的人转圈圈，在人看来，是苍蝇在动，而在苍蝇看来，是人在动，那么到底是谁在运动呢？这是一个在相对论里面最基本的问题，通过一般的哲学思辨是无法找到正确答案的，只有通过测量苍蝇与人的四维加速度，才可以从物理上得到答案——关于相对论的测量部分，我们将在本书的第二部分进行讲述。

在这一章，已经讲到，哥本哈根学派和海森堡他们手中有一把利剑，这把利剑正是"可观测量"，可观测的物理量其实是要对应于量子力学中的厄米算子——你能测量到很多不同的结果，是因为这个厄米矩阵有很多不同的特征值。所谓算子，就是"矩阵"，矩阵的英文是matrix，

电影《黑客帝国》的英文名字就是matrix。有一种数学软件叫Matlab，就是matrix Lab的缩写，意思为“矩阵实验室”。这个数学软件的功能非常强大，矩阵的功能原本就非常强大——几乎能解答从微分方程到数论的大部分数学问题。

我们暂时不谈矩阵，虽然海森堡的力学，也被称为矩阵力学——我们要来看看到底怎么样具体地测量一个与量子力学相关的物理量，比如光的波长，到底是怎样测量出来的。

（2）

任何仪器都是人的身体功能的延伸，比如电视机可以帮助我们看到空中的电磁波激发出来的电视图像。人同样可以被看成是一台仪器，这台仪器也有很大的局限性，比如，你的眼睛是不能直接看出一束激光的波长的——虽然你可以看到激光笔射出的红光，但不能看出其波长。

为了探测一束光的波长，需要一台光谱仪器。从仪器学的角度来看（仪器学不是一门公认的成熟学问，这门学问包括光学，机械，电子等多学科门类，是一个综合性学科，著者在这里冒昧地先引进“仪器学”这个名词），探测光的波长，至少需要3个组成部分。

1．光源

2．单色器

3．检测器

我们将依次来泛泛地谈论这三个部分，从而让读者管窥其中的意义。

（3）

光源相对比较简单，任何会发光的物体都可以成为光源，在初中物理课本中，一般分为自然光源与非自然光源，总之比如太阳就是自然光

源，而电灯则是非自然光源。一般来说，如果我们使用一个电光源的话，一个钨灯就是一个典型的例子。这背后有非常深刻的物理，你无法通过理论计算电功率而确定出钨灯发出的光的整个光谱，因为这不是简单的黑体辐射。钨灯发出的光谱是连续的。还有一些灯能发出很尖锐的脉冲峰，比如空心阴极灯。

空心阴极灯又叫元素灯，它能发出一些特定元素的特征谱线。但因为谱线不可能是无限细线光谱（存在碰撞展宽，多普勒展宽和自然宽度），所以，其实空心阴极灯发出的光谱也是在波长上连续分布的。谱线具有宽度就是真正的物理学，只有在数学里我们才可以谈论无限狭窄的线光谱——基本可以肯定的是，任何涉及无限的数量都不是物理学中的物理量。谱线的展宽具有很多类型，比如自然宽度起源于海森堡的不确定原理，多普勒展宽则起源于发光原子的热运动……鉴于本章只想谈论测量光谱线的波长，我们只需要记得一点，那就是，任何光源发出的光谱线，都是有一定的宽度的，没有百分百纯净的单色光——那些理想化的状态，只能让那些数学家与哲学家去研究，物理学家必须面对现实。

（4）

单色器的主要作用是把一个连续光谱的光从频率上分开来，也就是说，输入单色器的是一个复合光，输出单色器的是一个单色光（理论上的单色光，实际上单色光是不存在的，这是仪器原理决定的，也是真正的物理）。

一个单色器最简单的结构是入射狭缝、光栅和出射狭缝。狭缝的宽度是决定光谱带宽的，而光栅则起到分光的作用。在目前，比较多用的是闪耀光栅，这种光栅可以使得出射光能量不集中在零级，而是集中在我们需要的波长附近。当然，对于闪耀光栅的出射能量随波长的分布，

有很多种计算方式，最近比较流行的，是采用傅里叶光学的观点。

仪器为了实现光栅方程，需要一些机械结构。因为一般来说，光栅转角和出射波长之间存在正弦关系，这个正弦函数需要机械结构来实现，所以肯定会有误差。

一定要记住，无论在哪个时代，有些事情一定是不可能做到的，因为机械误差的存在，加上物理学原理本身的限制，单色器发出的光不可能是真正的单色光。这就是“不确定关系”最直观的意思，因为仪器永远测量不到物理量的真实值，大家就想到用多次测量求平均的方法来逼近真实值，这在概率论上被称为“大数定律”，其意思是说，只要你测量的次数足够多，你得到的数据的平均值就会很接近真实值。从某种意义上来说，这里面肯定有逻辑的缺陷，换用量子力学的思考方式，我们最好干脆一些，其实“真实值”并不存在！

因为你永远测量不到“真实值”！（对于比较脆弱的量子力学系统，测量仪器的介入会影响这个系统本身的行为。）

（5）

检测器是把光信号转变为电信号的传感器，一般叫做光电池或者光电倍增管。最简单的实现方式是基于爱因斯坦光电效应原理的光电倍增管。如果仅仅谈论对波长的探测，检测器的知识非常简单，它总能把光信号转化为电信号。但从工作过程的细节来看，这个部件涉及电流噪声以及后续放大电路的设计，以及最后的模数转换（把模拟量转化为数字量，非常像从连续的经典力学进入离散的量子力学）。

我们不再絮叨，展开来讲，仪器的整个工作过程涉及能量的传递和信噪比的传递，很多细节都可以单独写出一本书。但就噪声而言，仔细分析就会知道，在傅里叶分析的意义上，噪声是有颜色的——人们把那些完全无规律的噪声叫做白色噪声。

11　交换游戏

（1）

命运女神，有时候会把很多不同的人物的命运安排得非常奇妙，“天遥地远，人生何处不相逢”。因为海森堡下面的这次旅行，把一个电机工程师也卷了进来。

海森堡把“一人文章”发表以后，就离开欧洲大陆去英国访问，他到剑桥的时候，见到了福勒（William Alfred Fowler）教授。

海森堡说：“福勒教授，我写了一篇文章，想给您看一下。”

福勒说：“行，你先给我吧，我会看的。”

福勒把海森堡的论文交给了自己的一个研究生去看，这个研究生是一个沉默寡言的小胡子，一个三棍子打不出一个闷屁的电机工程师——此人本科是读电机的，可以说此人本非池中物，一遇风雨便化龙，这正是后来居上的狄拉克，他不是物理学的科班出身，也就晚了大概半年就加入到这个物理学大游戏当中，但是，先胖不是胖，后胖压塌炕，狄拉克出现以后，手法之凌厉娴熟，对物理之洞若观火，让人目瞪口呆。

刚开始狄拉克没有怎么仔细读海森堡的“一人文章”，似乎兴趣不是很大——这当然也要怪海森堡本人写的文章实在是玄虚晦涩，一般人读他的文章根本找不到他的思路，乱糟糟的好像一团乱麻堆在这里，这就好像是一锅东北乱炖，不符合狄拉克的清淡口味——狄拉克自己写文章一向言简意赅，逻辑条理十分清楚，被称为“秋水文章不染尘”。

狄拉克要等到他看到约当与玻恩合写的所谓“二人文章”，才仿佛长了飞毛腿迅速赶上。

事情显得很诡异——读者们会看到，这个电机工程师具有异常深刻的数学功力——电机工程师有数学才情的这类珍稀物种在历史上相当罕

见。在他之前只有一个叫Heavyside的电机工程师表现相当抢眼，是小半个数学大师，他发现，微分算子和积分算子可以看成是互为倒数。所以这个人解电路微分方程，做起来就像解代数方程——这后来被证明是正确的，其实就是拉普拉斯变换。

那么，“二人文章”又是怎么回事情呢？原来海森堡去英国访问的时候，他的博士后老板玻恩找了一个22岁的年轻人来干活。这个年轻人就是约当。玻恩为什么要找一个嘴上无毛的毛头小伙子来呢？原来，玻恩虽然已经看出海森堡文章是在使用矩阵的乘法，可是，和现在的很多研究生导师一样，他只能在宏观上把握事情，细节上很困难，于是找了一个很懂矩阵的年轻人一起来另外写一篇文章介绍量子力学的思想，这就是《论量子力学》，这篇文章就是历史上著名的“二人文章”。

这个时候，其实已经埋藏下危机——很多年以后，约当说，当年这个署名玻恩和约当的“二人文章”——其实出自他一人之手。（读过研究生的同学们一定是深有体会的，有些文章导师是不参与写作的，只需要把名字挂上去就可以了。）问题可能更微妙了，因为海森堡根本不知道他们两人要写这个文章，而很明显这个矩阵力学的思想是自己先搞出来的，现在他们把自己撇开写了一个“二人文章”，这让海森堡有所不快。

当时他们两个人的文章，第一部分对物理学家来说比较新鲜，就是介绍矩阵的乘法，比如如下乘法：

$$\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

怎么求出a、b、c、d这四个未知数？当时的物理学家对这套还很陌生，但约当很熟悉，三下五除二就搞定了。



作者张轩中所开发的矩阵乘法计算软件，图片中的2个男子为狄拉克和海森堡

（2）

英国数学家凯莱早已经定义了矩阵乘法，因此上述矩阵计算自然是水到渠成。并且有一个有趣的性质，那就是在一般情景下，两个矩阵A和B的乘法具有不可交换的性质，也就是说

$$A \times B \neq B \times A$$

打个比喻来说，先谈恋爱再结婚，与先结婚再谈恋爱，一般来说，结果并不一样。对比上图片的计算结果，以下图片说明了矩阵乘积的不可交换性。



海森堡以及玻恩他们已经看到，经典力学的很多物理量，如果要改写到量子力学里，都要表示成矩阵，那么传统的动量p和位置q这两个物理变量，现在也成了矩阵，而且，它们并不遵守传统的乘法交换率：p×q≠q×p。

这个时候，应用到单粒子的物理动量与坐标，波恩和约当把p×q和q×p之间的差值也搞了出来，结果是这样的：

$$pq - qp = (h/2\pi i)I$$

两人写出来以后，感觉量子力学春光乍泻。但很明显，p和q不可能同时是有限大小的矩阵，因为对于两个有限行有限列的矩阵p与q，乘积pq与乘积qp具有相同的对角元。

也就是对有限大小的矩阵的“迹”：

$$\mathrm{tr}(pq - qp) = 0$$

这显然与 $pq - qp = (h/2\pi i)I$ 是矛盾的——因为单位矩阵I的迹并不等于零。

看出这里面奥秘的人，正是那个年轻小伙子约当，因为他曾经帮助希尔伯特和柯朗编辑过《数学物理方法》，数学才情比玻恩要高一些，

他很清楚地知道，p与q不是简单的有限矩阵，实际上应该是无限大的矩阵。

可是草稿纸那么小，无限大的矩阵写不出来，于是，这两个人愣住了。

1926年的这个时候，玻恩和约当走到哥廷根的街上喝咖啡，每天内心深处有一些隐忧：不可交换的关系 $pq - qp = (h/2\pi i)I$，p与q不可能同时表示为有限矩阵。

为了解决这个问题，两人开始了漫长的琢磨，那么，这个神秘的不可交换关系，到底应该怎么表示。

过了没有几天，哥廷根有一个美国人进入了玻恩的视野，玻恩很想拉他过来合作一把。这个美国人不是别人，正是数学家维纳。维纳是历史上著名的神童，他曾经写过一本书，叫《昔日神童》，讲的就是他自己。读者们有兴趣可以查阅这本书，不过著者不准备谈论这些，因为神童其实到处有，只不过多数人“幼有神童之誉，长而无闻，终乃与草木同朽”。但是，维纳实在是一个例外，他一辈子都是天才。虽然他是一名数学家，不过，他和狄拉克一样，也是一个电机工程师，他写过一本书，书名为《控制论》。此书已经在中国大陆出版，有兴趣的读者可以买来一读，会发现他确实是一个电机工程师。所以，现在的量子力学几乎快成了电机工程师们的天下了。

（3）

维纳到哥廷根之前，在剑桥跟哈代做数论，他第一次看到李特伍得（littlewood），说了这样一句话：“没有想到世界上真有李特伍得这个人，我还以为littlewood是哈代为他写的比较差的文章署的笔名呢。”维纳因为少有天才，所以是有点目中无人的，后来他到过中国，在清华大学讲数学课，一开始听的人不少，讲了几天以后，听众作鸟兽散，只剩

下一个人——这个人就是华罗庚。维纳看到这群黄皮肤黑头发的东亚病夫之中，居然有如此杰出的人才，于是推荐华罗庚前去剑桥跟哈代做数论，后来中国才出现一个真正的大数学家。第一次世界大战期间，维纳曾在马里兰（Maryland）的阿伯丁实验场（Aberdeen Proving Ground）进行弹道学研究工作，其主要工作是编制数学用表，主要用于确定火炮瞄准飞机的方位。第二次世界大战爆发，要求防空火力对飞机进行更为精确的跟踪，美国军方又一次邀请维纳参与其研究工作。1940年，美军军方请维纳去阿伯丁实验场重新制订火力表。军方说，希特勒的战斗机速度很快，飞行员们有大耍曲线、翻筋斗的伎俩，英法美盟军的高射火炮根本打不着他们。地面指挥官和炮手们为此很苦恼。因此，需要制订新的火力表。尽管维纳是一个激进的和平主义者，但他还是作为电机工程师式的数学家，参与了军方的研究工作。维纳说用手工和计算尺计算肯定不行了，只有研制高速的计算机。维纳特意写信给时任美国总统罗斯福科学顾问的布什，提议制造电子计算机，并提出了制造电子计算机的五点要求，即计算机五原则。布什表示同意，并立即立项，于是，号称世界上第一台电子计算机的ENIAC就这样诞生了。为了打击空中目标，防空火炮在开火的一刹那必须瞄准目标前方某一点，要想提高火炮的命中率，这个提前量必须迅速而准确地计算出来。尽管德国飞行员善于飞行机动，但飞机的飞行是有规律可循的，特别是当飞行员的机动结束时。凭借对预测问题的研究基础，以及在麻省理工学院使用模拟计算方法的经验，维纳提出了将防空火炮与雷达结合使用的方案：雷达获得的目标数据经过数学运算生成瞄准数据并送往炮塔马达，由炮塔马达自动完成瞄准。后来，维纳提出的方案获得了成功。然而，对于这种新的防空火炮自动控制装置，产生了一个分类的问题。人们认为这种自动控制系统属于动力技术领域，而不是通信技术领域。维纳不同意众人的观点。维纳认为，自动控制系统是通信设备。依维纳的观点，在防空火炮自动控制系统中，电动机的作用是向炮塔传送设计参数，因此，可以把

马达和控制马达动作的计算机看作是通信设备。维纳将计算机看作“另一种形式的通信设备”，认为“它与信息而不是动力存在着紧密联系”。特别令维纳兴奋的是，他发现，防空火炮自动控制系统的运动与生物体运动有着惊人的相似之处。这些全是后话了，总之，维纳当时在哥廷根的时候，还很年轻，30岁刚出头，正是青春好年华。

玻恩谄媚地说：“维纳老弟，我有一个数学问题，想跟你一起研究一下，我们俩写一篇文章怎么样？”

维纳不屑地说：“先说说看，什么问题？”

玻恩有点儿着急，神秘地说：“这个问题关系到量子力学的生死。就是不对易关系 $pq - qp = (h/2\pi i)I$，p与q不可能是有限矩阵。那么p和q到底应该怎么表示？”

维纳冷笑着说：“既然是关于所谓量子力学，那我们开始吧。不过依我看，你似乎在搞表示论。”

玻恩闻言，一愣，像一个在河里游泳的人脑袋被人踹了一脚，半天说不出话来……

几天以后，维纳就和玻恩写了一篇文章，原来，p和q不能用有限矩阵表示出来，但可以用微分算子来实现。

$$p = -ih\ \mathrm{d}/\mathrm{d}q$$

熟悉数学的人，很容易检验，上面这个微分形式可以实现不可交换的关系。对于文科读者来说，一定已经晕头转向了，其实打个比喻就是，一开始 $pq - qp = (h/2\pi i)I$ 这个数学关系，p是男人，q是女人，这个不对易关系就是男人和女人的婚姻关系。可是，在有限矩阵中，根本不可能实现这个关系——也就是说，在一个村子里，虽然有男人，也有女人，但因为双方年纪和家庭相差太大，不能实现婚姻关系。要想实现婚姻，必须扩大配对的范围——去别的村子发展适婚对象。

维纳和玻恩实现了这个婚姻关系，成为一对出色的媒人。爱因斯坦

也注意到最新的进展，在给好友贝索的信中对新理论评价道，“近来最有趣的理论成就，就是海森堡-玻恩-约当的量子态的理论。这是一份真正的魔术乘法表，表中用无限的行列式（矩阵）代替了笛卡儿坐标。它是极其巧妙的……”。

外一篇　不确定原理

（1）

在前面我们基本讲了量子力学的一些基本形式：波动方程与矩阵力学，但是量子力学中最广为人知的基本原理是不确定原理。

先再介绍一下时代背景：1921年，爱因斯坦得到诺贝尔物理学奖（但是由于历史的原因，爱因斯坦在1922年才领到这一奖章），1922年，玻尔得到诺贝尔物理学奖，从此在物理学的江湖上有了两个潮流派系的领袖人物。

1922年，德国科学家为了庆祝玻尔获得诺贝尔奖，特地举行“玻尔节”，邀请玻尔到哥廷根来演讲。那时候，慕尼黑的希特勒正在内心深处筹划啤酒馆政变，他活着就是要改变世界。物理教授索末菲领着两头初生牛犊——泡利和海森堡日夜兼程，横穿整个德国，赶到哥廷根来朝拜玻尔大师。于是，在哥廷根玻尔演讲现场的听众里，有一位21岁的大二学生——海森堡。

海森堡那时候虽然是一个无名小卒，但他是有备而来，准备了一些尖锐的问题。比如，玻尔的理论说明电子要么在这个状态，要么在那个状态，中间状态是没有的——这就在好像说，一个人要么在北京，要么在天津，但他是不需要路过廊坊的。这确实有点反直观，所以，年轻人海森堡对玻尔老师的理论，很想吐槽一番。

在听演讲的过程中，海森堡突然站起来，他听见自己的嘴巴突然一

张一合、一字一句地从那里蹦出来下面这几句话："玻尔老师，相对论说速度是有限的，最大的速度是光速，电子从这个状态跳到那个状态，不管距离多么短，一定是需要时间的。那么在这段时间内电子处于什么状态？"

玻尔冷不丁被打断了演讲思路，脑子一下子缺氧。嘴巴也就跟不上了，回答不了这个毛头小伙子提的问题，但姜是老的辣，他显得很从容，说："好问题，it is a good question，我们私下再谈。"

接下来，玻尔继续他的演讲，但方寸有点乱了，内心里很喜欢刚才那个打断自己的小伙子，他心想这孩子显得比较成熟。

会后，玻尔邀请海森堡去散步。

这一次散步，使得海森堡认识到，玻尔虽然在江湖上名气很大，但平易近人，而且对物理的洞察力又很深邃。于是，海森堡暗暗下决心，以后要追随玻尔。

这时候的海森堡心灵土壤，埋藏了这粒种子。于是，他算是跟玻尔已经认识了——这是参加学术会议的好处之一，可以认识行业内的大牛人。

此后四年，海森堡自己没有想到，自己居然领导潮流，物理学1925年开始的高潮就是他先搞起来的，这高潮持续到第三年，到了1927年。

1927年，大家都很年轻，泡利比海森堡大一岁，海森堡比狄拉克大一岁，这些年轻人中，还有约当、维格纳和冯·诺伊曼。所以，那时候的物理学，被称为"男孩物理学"。

而薛定谔已经40岁了，他这个时候因为搞出了波动力学，算是大器晚成，1926年10月也曾经来到哥本哈根访问，他住在玻尔家里，专门给玻尔讲解波动力学。可惜，玻尔根本不相信波动力学是对的，于是，大家闹得很尴尬，薛定谔住了没有几天，就病了，他相信自己不应该来说服玻尔。

（2）

1927年2月，乍暖还寒，物理学也一样，暖流已经袭来，但冷空气还没有消退。

薛定谔离开哥本哈根以后，玻尔和海森堡继续讨论，他们觉得很费解，电子一会儿表现得像一个粒子，一会儿又表现得像波。电子如果真是波又是粒子，那情何以堪。

薛定谔回到维也纳，觉得玻尔智商不行，他写信给朋友说："那些人其实都不怎么懂物理，我是这个混乱时代中幸存下来的唯一一个脑子还清爽的人。"

这个二月，大家的精神高度紧张，脑子也快炸了。

玻尔对海森堡说："海森堡，明天我要带着你师母去挪威大峡谷滑雪，我们需要休息一下了，脑子要爆炸了。——你也可以出去玩玩，找个小姑娘什么的，你也该谈恋爱了……"

海森堡说："行，希望旅游能让您充满灵感。"

海森堡这个时候突然起了一个怪念头，他感觉道德的苍白，心想，玻尔这次去滑雪，不会摔断了腿再回来吧。

翌日，玻尔出发去了挪威。

海森堡独自一个人留在哥本哈根，没有玻尔在边上，他的思绪很自由。他心想，如果薛定谔的波动方程里出现的波包真可以描述粒子，那就是说，电子的位置是不确定的，那么好，请问，这个电子的位置，总有一个概率分布，这个概率分布的不确定度是多少？

海森堡计算了一下，发现，位置不确定度Δq和动量不确定度Δp必须满足如下关系

$$\Delta p \Delta q > h/2\pi$$

其实，数学家一看就会明白，这可以从傅里叶变换中直接推出来，但对海森堡来说，这个结果很是惊人，因为这里面有一个不等号。电子

的位置分布和动量分布，不能同时确定？

这想法把海森堡雷到了。

这个结果是那么强，以至于被认为是量子力学中最深刻的东西，因为按照这个原理，1922年海森堡初次见到玻尔时候的那个问题迎刃而解：其实电子从一个状态变到另外一个状态，这中间确实需要时间，这个时间Δt与两个状态对应的能量差ΔE有关系，同样满足

$$\Delta t > h/(2\pi\Delta E)$$

海森堡在玻尔不在场的房间里，回答了5年前自己提出的这个问题。写字台上的台灯忽明忽暗，似乎正是这一原理在起作用，海森堡觉得万分孤寂，他激动地趴在窗台上，寂寞的研究所被雪花笼罩，陷入一片雾霭之中，他高喊起来：“来人呀，我发现了上帝的秘密。”

12　物理学牛市：矩阵的运动方程

（1）

1925年的冬天，是一个充满希望的冬天。在这个时候，海森堡从英国回到了哥廷根，看到玻恩和约当的文章已经出来，心里有点不快，因为矩阵力学是他开的第一枪，现在这两人后来居上，大有把自己甩下不管的意思。尤其是玻恩，仗着自己年长几岁，又有教授地位，经常勾引一些小青年来合作，可谓资源占尽，风光无限。历史已经加快了脚步朝前赶路，英国狄拉克在海森堡回德国的两个星期内就看到了玻恩和约当的"二人文章"，觉得这次这个文章写得比较数学，没有海森堡的"一人文章"那种乱枪打鸟的感觉，狄拉克很快就看懂了，既然已经看懂，不由得自己也有点手痒——他想自己写点东西。前面已经说过，狄拉克读大学的时候，出身于电机工程系，他是一个电机工程师，这种工程师背景的人生经历，为他的理论物理研究，提供了不可多得的洞见。盖因为电路系统，无论多复杂的网络，总可以看成是一个黑箱，它有一个信号输入端，还有一个信号输出端。电机工程师们习惯计算这个黑箱的传输函数。

按照维纳的控制论，人其实也是机器。因此如果把人看成一个电路系统，道理也是一样的，当有信号输入的时候，这个人一定会做出反应。比如这个人在街角莫名其妙被人暴打了一顿，他必然有所反应。但问题在于，如何计算出他会采取何种反应（计算响应曲线）——是扑上去咬打他的人一口，还是站在原地不动，或者飞身起来踹对方一脚，这不是很容易预测的。电机工程师们一直在处理这样的问题，那就是，当一个电路系统有一个信号输入的时候，它会输出什么？

为了处理这个类型问题，狄拉克在不久就引进了所谓狄拉克函数，

这个函数是一个冲击函数，所谓冲击函数就是这个冲击是在瞬间发生的，持续时间很短，但强度极大，它就好像闪电一样一出现就消失，那么这种冲击函数在傅里叶变换后具有平坦的功率谱——系统的传输函数就是输入函数为狄拉克函数时所对应的输出函数。狄拉克发现，这个函数不但在电路有用，甚至可以用在新生的量子力学里。

（2）

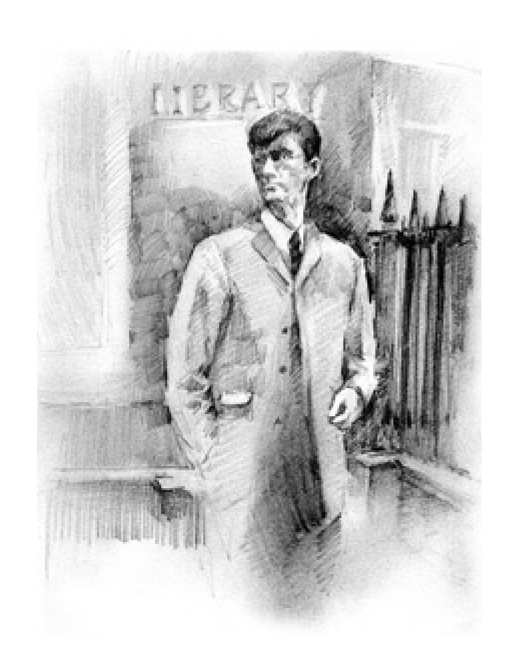
很多学物理的年轻人，内心深处都有一个问题：物理学的高潮过去了没有？

答案其实很简单，物理学的唯一一次大高潮早在1925年的时候已经来了。——和股票市场的牛市一样，物理学的高潮一般也只持续两到三年的时间，转身就进入熊市。不过想学习物理的学生，自然应该在熊市里入市。那时候物理学的高潮已经彻底来了。但大家都还没有完全准备好。

海森堡对玻恩说："老师，我看了你和约当的二人文章了，要不我们三个人再写一篇综述文章，把量子力学的整个架构给建立起来？"

玻恩说："好啊，我想我们已经完整地建立起了一个新理论。是应该整理出一个综述来。"

于是三个人马不停蹄地写出来了"三人文章"——《论量子力学（2）》，这种综述文章一般由这个领域的大牛人来执笔，基本上不是报告单个研究成果，而是写出最近的一系列研究前沿，给同行当教材来看的。



狄拉克等图书馆开门　绘画：张京

在这个文章中，矩阵力学大部分内容，被表达了出来，比如用厄米矩阵表示可观察物理量，微扰方法等，这些都用矩阵作为基本的数学工具，因此可以说当时的哥廷根大学物理系已经开始沉浸在一股用矩阵做成的迷雾之中。

在这个文章中出现的不对易关系 $pq - qp = (h/2\pi i)I$，玻恩他们引进了一个记号，写成了一个看上去很陌生的数学记号

$$[p \quad q] = I$$

狄拉克这时候人在剑桥心也在哥廷根，他也很快写了一篇文章，指出 $[p \quad q] = I$ 这个含有方括号的数学记号似曾相识，它其实和经典力学的泊松括号完全是类似的——不过当时的狄拉克不太记得泊松括号的精确定义，在度过了难熬的一个周末晚上，等星期一图书馆开门的时候才去查到相关资料，确证了这个记号确实与泊松括号非常类似。

如果说狄拉克比别人天才在什么地方，那就是他可以一眼就看出这泊松括号才是海森堡思想体系的精髓。他轻易地透过海森堡的表格，把握住了这种代数的实质——不遵守交换律。这种不遵守交换律的数学对

象可不仅仅在矩阵里出现过，他想起了什么？狄拉克的脑海里闪过一个名词，他以前在上某一门动力学课的时候，似乎听说过一种运算，同样不符合乘法交换律。但因为时间有点长远了，他还不是十分确定，他甚至连那种运算的定义都给忘了。那天是星期天，所有的图书馆都关门了，这让狄拉克急得像热锅上的蚂蚁。第二天一早，图书馆刚刚开门，他就冲了进去找书看，果然，那正是他所要的东西：它的名字叫做“泊松括号”。

泊松1798年入巴黎综合工科学校深造。在毕业时，因优秀的研究论文而被指定为讲师。受到数学家拉普拉斯与拉格朗日的赏识。他于1806年接替傅里叶出任巴黎综合工科学校教授。1812年当选为巴黎科学院院士，他是法国第一流的分析学家，年仅18岁就发表了一篇关于有限差分的论文，受到了勒让德的好评，他一生成果累累，发表论文300多篇，对数学和物理学都作出了杰出贡献，泊松一生从事数学研究和教学，他的主要工作是将数学应用于力学和物理学中。他第一个用冲量分量形式写分析力学，使用后称为泊松括号的运算符号来简化一些偏微分计算记法。他所著《力学教程》在很长时期内被作为标准教科书。

总之，狄拉克发现，不必费九牛二虎之力去搬弄一个晦涩的矩阵，以此来显示量子力学体系和经典体系的决裂，实际上完全可以从经典的泊松括号出发，建立一种新的代数。这种代数同样不符合乘法交换律，狄拉克把它称作“q数”（q表示“奇异”或者“量子”）。所有物理量如动量、位置、能量等概念（甚至更激进的，时间与空间等基本物理量），现在都要改造成这种q数。而原来那些老体系里的符合交换率的变量，狄拉克把它们称作“c数”（c代表“可对易的”）。

简单地说，狄拉克发现量子力学与经典力学通过泊松括号相互挂钩，可以实行一揽子的学习计划。

“看。”狄拉克自言自语道，“海森堡的矩阵当然是对的，但我们不用他那种牵强附会高深莫测的方式，也能够得出同样的结果。用我的方

式，同样能得出xy－yx的差值，只不过把那个让人看了生厌的矩阵换成我们的经典泊松括号罢了。然后把它用于经典力学的哈密顿函数，可以顺理成章地导出能量守恒条件和玻尔的频率条件。重要的是，这清楚地表明了，我们的新力学和经典力学是一脉相承的，是旧体系的一个扩展。c数和q数，可以以清楚的方式建立起联系来。”

狄拉克把关于泊松括号的论文寄给海森堡，海森堡热情地赞扬了他的成就，不过带给狄拉克一个糟糕的消息：他的结果已经在德国由波恩和约当作出了，是通过矩阵的方式得到的。

狄拉克并不为此感到很郁闷，显然他的法子更简洁明晰而且与故去的经典力学形式上一致，所以他觉得这样更美。

这个发现确实是美的，狄拉克如梦初醒，原来量子力学的不对易关系在经典力学里正是泊松括号的类似物。

这意味着什么呢？

经典力学和量子力学的关系的秘密就埋藏在这个类比中吗？

经典力学的运动方程，{}表示泊松括号，H表示哈密顿量，则力学量随着时间的演化方程可以写为

$$dA/dt = [A \quad H]$$

受到这个方程的启发，狄拉克发现，量子力学中力学量A演化满足的运动方程也满足相同的形式：

$$dA/dt = [A \quad H]$$

其中A和H都是算子（有限矩阵或者微分算子）。

能量矩阵用H来表示，称为哈密顿算子。

这就是矩阵力学中矩阵的运动方程。

外一篇　波函数幺正演化

（1）

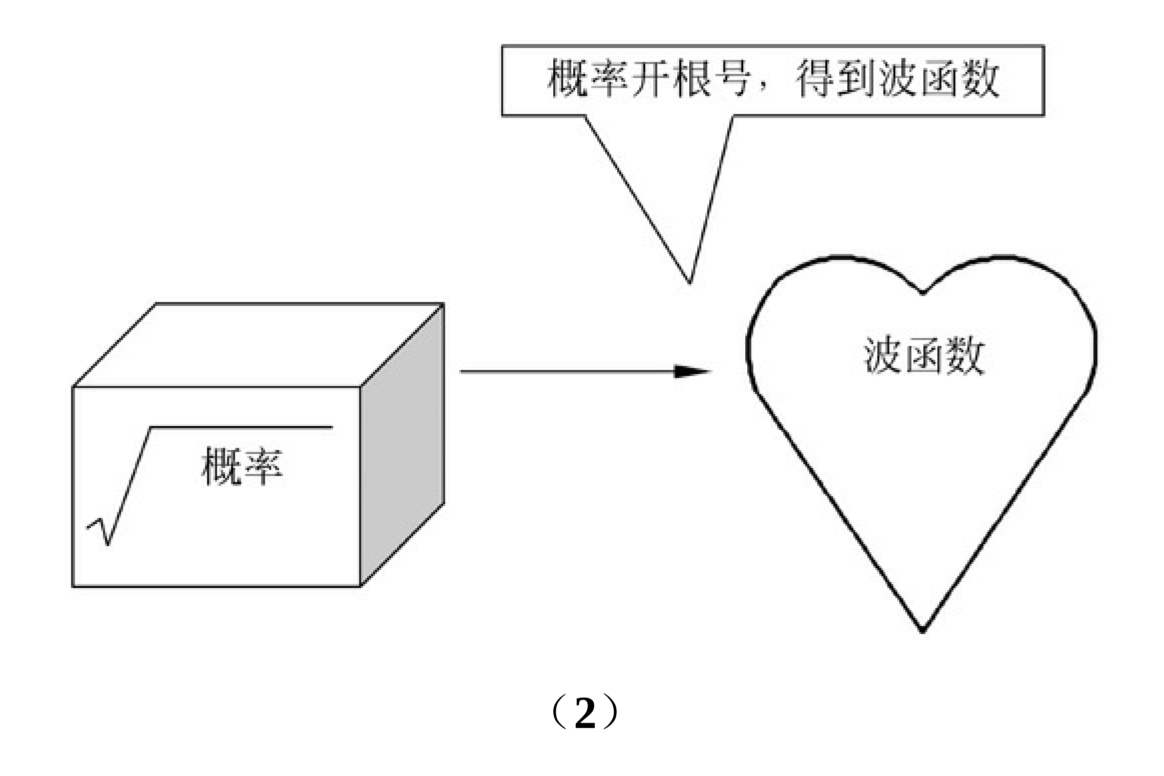
我们已经讲了矩阵的运动方程，那么我们还需要再回顾一下波函数的运动方程，这样才可以大致完整地勾勒一个新物理学的剪影。数学家们一开始不太理解1925年的新生的矩阵力学，倒不是说这个力学的数学很难，而是这个力学的物理解释很是费解。到了1926年，波动力学也出现了，薛定谔在做出波动力学以后，自己上去证明了波动力学和一年前的矩阵力学是等价的——他是在能量表象下做出这个证明的。既然矩阵力学和波动力学被证明是同气连枝。为了统一语言进一步理顺头绪，物理学家把矩阵力学和波动力学统一称为“量子力学”。

量子力学背后有一些人神共愤的新东西，这个潘多拉魔盒里出来了一个名叫“概率”的幽灵。概率的观念深入到理论的骨髓，大家似乎全看到了，上帝是以概率的方式在处理世上的一切。

“上帝难以捉摸”是爱因斯坦对量子力学的观感——这里的“上帝”，为斯宾诺莎的上帝，而不是基督教心中的那个耶和华。在量子力学中，一个原子的衰变是概率事件，一个原子的衰变方式也可能有多种选择，就好像一个苹果，可以分裂变成3个桃子，或者直接变成一个金苹果，所以，根本不存在确定性——这让爱因斯坦很不爽。

概率是一个数学概念，比如，天气预报会说，明天下雨的概率是40％，后天下雨的概率是30％。精确的概率定义则可以参考苏联的数学家柯尔莫哥洛夫的著作——总之，概率论是很严格的数学理论。

目前的中学数学课程经过改革，也是讲授概率的。量子力学，是一门更深层次意义上的概率课程，只不过，这个课程处理问题的方式在于先把概率开模平方得到波函数，然后找到波函数演化方程。



（2）

虽然概率是不确定的，但波函数演化的过程却是确定性的——物理学家称为“幺正的”——幺正性使得波函数在演化过程中保持概率守恒。

我们再把薛定谔的方程写出来idψ/dt=Hψ

如果把H看成一个与时间无关的函数（虽然它其实是一个算子，但形式解答总是可以的），那么，上面这个方程是一个很简单的微分方程，这个方程具有如下的解答。

$$\psi(t) = \exp(-\mathrm{i}Ht)\psi(0)$$

很明显，exp（－iHt）可以看成是对初始时刻波函数ψ（0）的一个操作，这个操作被数学家称为“单参酉群”，也就是物理学家所谓的“幺正演化”（酉和幺正是同一个英文的翻译，幺正2个字连读发音就是酉）。

幺正？对外行来说，这个词语貌似很吓人。不必受惊，其实，简单地说，幺正的意思是说，把一个矢量转动一个角度而不改变矢量的长度。打个恰当的比喻，这其实就像在酒吧里的转动吧台边的一把转椅那

样简单——只要屁股就可以决定其转动方向和角度，够简单。

波函数的演化，遵循的是薛定谔方程。演化是“幺正的”，也就是说，在演化过程中，波函数好像就是一把转椅，演化过程只不过是这把转椅转动了一定的角度，而不破坏这把转椅本身的结构。

薛定谔的波函数的幺正演化具有理解上的困难，如果电子确实如方程所描述的那样以波函数（比如说高斯分布）的方式弥散于全空间，那么薛定谔如何能解释电子枪打在电视屏幕上出现的一个个斑点？

换句话说，在薛定谔方程中，电子是一个波函数（比如说高斯分布），在各个地点都有分布，而在人们观测的时候，这个波函数瞬间就坍塌成为一个只在局部非零的狄拉克函数（delta函数）——仅仅出现在一个地方，而在其他地方为零。

（3）

我们来做一个比喻，比如说在北京，无论在三里屯，还是在什刹海，酒吧里的每一个转椅都是一个波函数——根据量子力学，任何有质量的物体都是波函数，当你转动转椅的时候，相当于在做幺正演化，可是，事情并没有那么简单。

假设这个时候，什刹海上暖风吹得游人醉，有一个绅士，春心荡漾的他在酒吧抱着一个暧昧的女孩子一起坐在转椅上，转呀转，觉得非常开心……

这个时候，演化依然是幺正的……

蓦地，从外面进来另外一个女子，这个人的瞳仁里有燃烧的火焰，这个人（其实是该绅士的妻子）狠狠地看了转椅一眼，绅士抱着小情人的转椅突然就崩溃了，转椅倒在地上——转椅坍塌了——波函数坍塌了！！！

波函数是会坍塌的。波函数的坍塌，起源于观测者的观测。这在量

子力学中被称为“波函数的非幺正演化”。“波函数的非幺正演化”说明，量子力学理论虽然看上去很优美，与时间无关，与地点无关——但与人有关。

“波函数的非幺正演化”和“波函数的幺正演化”一起，才构成了整个波函数的演化理论。波函数已经是量子力学物理学家的灵魂所在，海森堡后来也深深地浸染了这种世界观，他为自己设计了一个墓碑，上面这样写着：“he lies somewhere here”，直译过来就是“他躺在这里，且在别处”。海森堡的意思是说，他死后，没有人观测他的时候，他的灵魂弥散在全空间，如果有人去观测他，则他就躺在这坟墓中。

13　科莫湖畔的费米

（1）

在海森堡发表了他的不确定性原理，狄拉克发表了矩阵的运动方程以后，他们都奠定了自己在物理学历史上不可动摇的地位。在物理学历史上还很少有其他物理原理可以与海森堡的不确定性原理相媲美。其他物理理论，比如爱因斯坦的相对论，也仅仅是描述物理世界的一级近似——正如牛顿力学里抛物线的运动轨迹往往是忽视了摩擦力作用的结果，在宇宙极早期的高温环境中，爱因斯坦的引力理论也不得不被修正。而海森堡的原理，非常确切地说明，物理世界其实是模糊的，远远没有大家想像的那么精确。

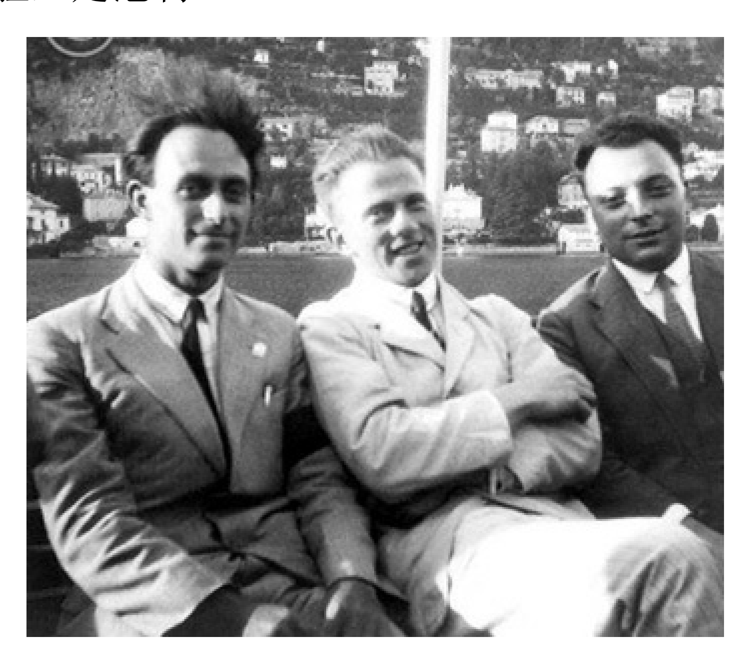
1927年的夏天，当海森堡去莱顿大学当教授，到莱顿大学以后，他马上成为理论物理系的系主任，到了9月，他要去意大利的科莫参加一次学术会议。这一次学术会议的对外宣传是为了纪念发明了电池的伏打逝世100周年。但其实海森堡相信，这次会议跟电池没有一毛钱的关系，组织者是为了搞到会议经费而搞了一个如此冠冕堂皇的理由。

意大利，我来了，海森堡心里暗忖，意大利物理在伽利略以后，已经死亡。

科莫是意大利北部阿尔卑斯山山谷中的一座小城，这个山谷里还有一片迤逦的湖光山色，这个湖就是科莫湖，类似于西湖，欲把西湖比西子，淡妆浓抹总相宜，这句诗同样适用于科莫湖，只不过科莫湖不在繁华的城市中，因此颇有一分野趣。

1927年金秋的科莫湖，一条游船在湖面上荡漾，上面有几个中年人和几个青年人。甲板上有三个小年轻跟在一堆大人后面也在湖上饱览这明媚的秋光。这三个人因为年纪很相仿，于是在一起很投缘，他们还拍

照留念了，从合影里可以看出，左边的分头是费米，中间的黄毛是海森堡，右边的方脸正是泡利。



费米、海森堡、泡利

“你们觉得玻尔这次在会议上讲的东西是不是开启了物理学的新时代？”费米小声地问。

费米是意大利人，和泡利同年纪，毕业于比萨师范大学（该学校虽然当时号称和巴黎师范齐名，都是拿破仑设立的，但实际上却是一个二流本科学校）。几年前他曾经去过哥廷根，在那里他觉得自己远远比不上海森堡等人，所以，回到意大利以后总觉得自己低人一等——他也深刻感觉，意大利的物理水平，确实已经腐朽。

“玻尔这次讲的互补原理，太哲学了，但是我喜欢。”泡利说，“不过这样的原理我一天至少能写出三个来。”

“也许是这样的，玻尔的互补原理，其实就是我半年前发现的不确定性原理，——当时，他去挪威滑雪了，回来搞了一个互补原理，说什么无论在辐射还是物质中，波动性和粒子性是相互排斥又是相辅相成的——说实话，这个原理确实似乎想把薛定谔的那套波动力学和我们的矩

阵力学统一起来，”海森堡冷静委婉地说，“……虽然我不喜欢薛定谔——这次他没有来，他要是敢来，我就要猛烈吐槽波动力学——不过，我还是相信，物理学真的正在发生革命……原子世界也许真的需要波动与粒子在一起的描述。”

费米听闻海森堡那不太确定的语言，一阵糊涂一阵明白，有点窃喜。因为海森堡的感觉似乎和自己完全一样，接下来问：“海森堡，你觉得如果爱因斯坦参加这次会议，他听了玻尔的互补原理，会有什么反应？”

海森堡沉默了一下，说：“爱因斯坦是大师，他的想法一向诡异，我们不好简单判断。不过，也许爱因斯坦并不喜欢玻尔的这一套哲学——这套哲学说实话就是中国的那套阴阳鱼哲学——也就是所谓太极理论。”

费米大骇，问道：“阴阳鱼？”

旁边的泡利插话说：“阴阳鱼哲学，在东方很是流行，就是一个圆里有两条鱼，一条是白色的，一条是黑色的，但是，白鱼的眼睛是黑色的，黑鱼的眼睛是白色的。这个阴阳鱼哲学认为，世界上所有事情，都是白中有黑，黑中有白。”

（2）

费米从科莫回到罗马以后，心情有点低落，因为在科莫会议上，玻尔和玻恩等人根本就无视他的存在——这是一种无声的藐视，费米觉得自己在意大利这样腐朽的物理学环境要混出个人样来还真不容易。玻尔和玻恩等人，其实是看不起他的，费米还是隐约觉得自己的物理不行——比起同龄人泡利和海森堡等人，自己似乎总缺少什么。虽然几年前他得到了关于自旋为1/2的粒子的统计学。可是，这还不足以引起大师们对他的兴趣。

我们当代意大利青年做物理真的不行吗？自从父亲和母亲去世以后，费米的家里也变得空荡荡的（十多年前，费米的哥哥夭折了），在这个世界上，现在他唯一的一个亲人就是他姐姐。

费米想去自杀。

“祖国啊，我的死是你害的。”

不过，这个念头一晃而过，因为他知道自己已经是意大利最牛的青年物理学家了，自己要是自杀了，还有谁能独当一面呢？

于是，他坚持着继续工作，为了生活多一些乐趣，他买了一辆法国产的波日奥小汽车用来带女朋友出去郊游——这辆车花了他大部分积蓄。

这个时候，总是有理的墨索里尼已经上台的，这个充满理想的中年人也正在试图改变意大利。墨索里尼梦想着建立一个新罗马帝国。政府用金钱鼓励人们结婚生子。男孩子从童年开始，国家法西斯党就一直向他们灌输着意大利的命运以及战争的美妙。每一个男孩子都必须佩带刺刀，到20世纪30年代中期，墨索里尼说：“意大利已经拥有800万把刺刀。”

年轻的费米教授的波日奥小汽车是蛋黄色的，非常好看，是一种敞篷车，最高时速30公里，拐弯的时候不能减速，开在路上绝对像一个鸭蛋黄在横冲直撞。

这辆车就停在罗马大学的校园里，顿时吸引了很多女学生的眼球。

罗马大学19岁的名叫劳拉的漂亮女生，是一名海军将军的女儿，这是一个白富美，犹太血统，以前鬼使神差地和费米一起爬过山，算是隐约认识费米，她也被这辆小车给吸引住了，心想：“这家伙做司机比做丈夫更适合。”

于是她经常参加费米他们的聚会，在聚会上费米经常和塞格雷等人在一起谈论量子理论。劳拉自然是听不懂，但她内心深处有一些欢喜。

费米正在慢慢地架构他的罗马学派，聚会喝酒打闹只是一种表面形

式，其实，学派的灵魂是新生的量子力学，他最杰出的徒弟是塞格雷，也是一个物理的狂热爱好者。

费米一开始也经常开车拉着他的罗马学派的几个哥们儿，加上劳拉和她的姐姐安娜一起出去郊游。几次以后，费米只拉着劳拉一个人出去兜风了，车子在山上颠簸，两人情投意合。

车停在山麓边，周围连一个人影也没有。

费米说："这里好安静啊。"

劳拉羞涩地说："是啊。"

费米小声地说："我喜欢你。"

劳拉听见自己的心撞如小鹿突奔，说："什么？"

费米说："啊？没有什么？"

劳拉说："哦，我也喜欢你……"

费米把手从方向盘上拿下来，放在劳拉的胳膊上，过了一会儿，他的手开始慢慢地游离……

回到罗马城里，爱情瓜熟蒂落。

劳拉的姐姐安娜，是一个画家，对数学物理很害怕，她每次看见费米，总跟她妹妹说："瞧，你的对数又来了。"

劳拉娇嗔着说："姐，别瞎说。"

1928年7月19日，27岁的费米结婚了，新娘是劳拉。

（3）

劳拉的出现，罗马学派的年轻人非常高兴，因为这样费米就可以安心地做学问了。

1927年，费米和玻尔一样心里颇不宁静，他们同时在思考以前的一个问题，13年前，查德威克就发现，有的原子会放出一种电子流，这个电子流来历不明，并且电子流的能量是非常不确定的，能量可以从零一

直到一个最大值。这就是历史上著名的“β射线连续谱”问题。

新婚之夜。

这个夏天的夜晚，格外地闷热，费米显得并不高兴。

在床上，妻子问他：“你似乎有心事？”

费米说：“我在考虑β射线连续谱问题。”

妻子说：“这问题那么重要吗？”

费米说：“是的，谱为什么是连续的呢？”

妻子说：“存在即合理，就是连续的。”

费米愣了一下，说：“为什么是连续的呢？”

妻子说：“我不知道，我不管——我妈给我们买的家具怎么样？”

费米说：“很好，可惜家具的腿怎么都是弯的？”

妻子说：“弯的比直的好看。”

费米说：“也许吧。你说，真奇怪，β射线的能谱为什么是连续的呢？”

妻子说：“明天我们去度蜜月吧。你教教我物理学。”

蜜月如期而至。费米带着劳拉在罗马机场坐上了水上飞机，飞机贴着海面飞行，去往避暑胜地热那亚。

飞机沿着海岸线飞行，极目骋怀，海岸的沙滩上是彩色的阳伞和穿着比基尼的美女。

“教授，你该教我什么是量子力学了。”妻子说。

“好啊，我先给你讲讲电磁学吧。其实，麦克斯韦发现，光是电磁波……”坐在边上的费米侧过脸来说。

“我不信！”妻子说。

……

飞机如一只海鸥，掠过人们的头顶。大家都抬头仰望，欢呼雀跃……

在热那亚换乘火车，费米带着新婚燕尔的妻子在阿尔卑斯山南麓的

山间穿行。远处的雪山洁白，在湛蓝的天穹下闪闪发光。

他们找了一间乡村旅店住下。

这对幸福的旅人又开始了愉快的交谈。

“光是怎么产生的？”妻子问。

“一个电子，从2层楼跳楼了，跌在地上，就产生了光子。”费米开始变得通俗起来。

“啊，这样啊，那电子为什么要跳楼呢？”妻子问。

“你这个学生，真是不好教啊。”费米笑着说，“这叫量子跃迁，至于为什么发生跳楼（跃迁），这也许是因为电子受到了一些莫名的影响。物理学家把这个影响叫做微小的扰动。”

“哦，我相信。”妻子接着问，“那么，中子也会跳楼吗？”

费米说：“中子？你的意思是不带电的粒子吧？我猜想它也会跃迁的，它跳下来，就会变成带正电的质子，然后放出带负电的电子，然后……”

妻子趴在费米身上，贴着费米的背说：“我不信……”

物理学家面临困境，在中子转变为质子放出电子的过程（β衰变）中，能量似乎并不守恒。

结过婚的女人是很清楚的，家里有多少钱。如果老公把家里的钱偷偷拿给外面的“小三”花，那么钱的数目就会显得很不守恒。

三体运动可以解释这一切，于是，泡利认为，在β衰变的过程中，放出的粒子中，除了质子和电子，还有一个看不见的“小三”在花家里的钱，这个在暗处的“小三”被称为“中微子”。在泡利这个解释之前，玻尔也有一个解释，玻尔认为，在微观过程中，比如β衰变中，能量守恒定理是失效的，换句话说，家里的钱本来就不守恒——爱因斯坦听说这件事情后，心想，你们都没有吃过狗屎，我爱因斯坦吃过，那就是我看到过玻尔的能量不守恒定理。爱因斯坦写信给别人说：“如果玻尔是对的，能量不守恒，那我宁愿成为一个鞋匠。”

但是泡利引进的中微子根本就没有被观测到过！！！

这个偷偷花家里钱的“小三”是很会捉迷藏的，她人藏起来了，但钱照花不误。并且她花钱的数目是非常随机的，今天花100，明天花200，后天花500，大后天花50，根本没有一个特征谱，也是一条很光滑的连续谱！！！

泡利描述β衰变的方程如下：

$$n = p + e + \nu$$

n是中子，p是质子，e是电子，ν是电子中微子。

根据量子力学的角动量合成规律，很显然，这四个粒子都是自旋为1/2的费米子。并且电子和中微子不可能一开始就呆在原子核里面。（用海森堡不确定性原理就可以计算，原子核那么小的尺度里不可能有自由电子，否则电子的能量会非常大。）

费米对这个小三问题很感兴趣，因为β衰变电子的连续谱曲线必须得到完整的解释。

他后来给出了这四个费米子直接相互作用模型，这是一个非常直观的有效理论模型，但完美地解释了β衰变电子的连续谱。这是薛定谔解出氢原子能谱以后量子理论最伟大的胜利，虽然这个费米的成名之作并不太完善，因为这个理论只在能量较低的时候才是对的，当能量较高的时候，费米模型算出来的散射截面大得不得了，与实验并不符合。但要等到后来人们才知道，这个小三问题所涉及的β衰变属于弱相互作用，四个费米子直接相互作用的这个理论是不可重整化的，按照物理学家们的说法因为旋量场的量纲是3/2，4个旋量场的量纲为6，所以费米耦合常数的量纲是－2，量纲为负数的量子理论，都是不可重整化的（所谓不可重整化，意思就是不存在可以抵消那些无穷大的项）。我们可以举一个例子来说明重整化，从北京到杭州，你可以坐飞机过去，大概需要3个小时，就可以到西湖边上的岳王庙。这里面有两个过程，在飞机

上，你花了2个小时从北京首都机场到了杭州萧山机场，走了900公里。在萧山机场下了飞机以后，到西湖边的岳王庙，你乘坐出租车，大概走了50公里，却花了1小时——但是，这就是说，飞机和出租车实际上是对距离的两种不同尺度的度量，还存在其他各种不同的度量，而可重整化的意思是说，你采取一定的交通工具，你可以到达西湖边的岳王庙。如果理论是不可重整化的，就好像一只蚂蚁从北京要爬到杭州西湖边的岳王庙，因为蚂蚁所要经过的路途对蚂蚁来说实在是太遥远了，细节太复杂了，要过黄河长江，要穿过山脉丘陵，要走过田野和池塘，这些复杂的微观地理使得蚂蚁根本不可能从北京爬到西湖边的岳王庙，因此，这个对于蚂蚁来说，从北京跑到杭州的路程实际上是无穷远的，这就相当于是不可重整的。

四个费米子直接相互作用的这个理论是不可重整化，但这个理论是解释中子衰变成质子和电子以及电子中微子的弱相互作用的有效理论。作为一种直接的相互作用模型，后来才被引进了传递弱相互作用的W和Z玻色子的理论所取代，这些W和Z玻色子的质量在80～100GeV量级，所以物理学家认为，发生弱相互作用的特征能量是GeV（这就好像说人类社会的特征尺度是一米，因为人的身高大约在1米附近，而刘慈欣的科幻小说《三体》的尺度是以光年为单位的，比如三体人所在的半人马星座离开太阳系的距离是4光年，因此在光年尺度上我们谈论火车与飞机的速度谁快是没有意义的。）GeV也就是10亿个电子伏特的能量——等于用一亿伏特的高压加速一个电子所得到的动能。但是，可以通过海森堡的测不准原理估计出，在原子核里面的环境温度，大概是在MeV这个能级上，这样的环境温度实际上大约等于200多倍电子质量（这个环境问题也可以由介子质量估算），这个环境温度差不多只有中子或者质子质量的1/10，在这样的环境下，因为温度太低，从量子力学概率的角度来说，弱相互作用发生的概率就很小，所以称之为弱，这个时候经常发生的另外一个相互作用是强相互作用，发生的概率是1，所以原子核

基本被强相互作用束缚在一起不会发生爆炸。

总之，年轻时代的费米所建立的直接的相互作用模型就好像物物交换的原始社会，到了现代社会，出现了货币，货物交换的模型就是间接相互作用模型，是比较合理的。但直接物物交换，也是有效的。

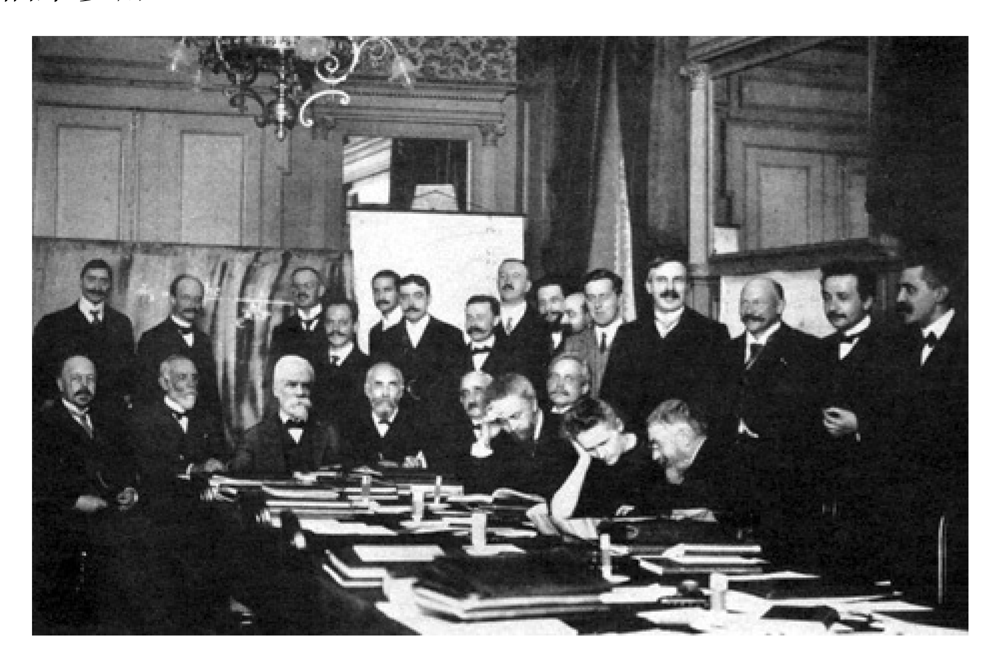
费米在这时候奠定了他在新罗马帝国的教皇地位，这个地位不可动摇，因为他深入到了原子的核心，而且这从此成为他一辈子的主旋律，一直到他在美国芝加哥大学领导的实验小组实现了人工控制的核爆炸，他的名字终被全世界所知道。

14　第五届索尔维会议

（1）

制碱的人，多数都会发财。

中国有一个制碱的大师，就是福建人侯德榜。在欧洲一位比利时的实业家欧内斯特·索尔维也是富可敌国。当然，后来侯德榜破解了索尔维制碱的工艺秘密，不过那时候索尔维早已经赚了很多钱，索尔维赚了钱以后，就资助了一个高规格物理学年会，这就是索尔维会议。每三年一次，相当于物理学界的武林大会，要广发英雄帖，号召各大门派的物理学领袖来参加。



第一届索尔维会议历史照片

到了1927年，已经是第五届索尔维会议，费米还有点默默无闻，不在被邀请之列，于是他缺席了。参加会议的部分人员名单如下：

1．德拜。1884年出生于荷兰。1901年进入德国亚琛工业大学学习电气工程，1905年获电子工程师学位，因他通过偶极矩研究及X射线衍

射研究对分子结构学科所作贡献而于1936年获诺贝尔化学奖金，他曾经在索莫菲处学习，算是泡利等人的师兄。

2．布喇格（W.H.bragg，1862—1942）。现代固体物理学的奠基人之一，他早年在剑桥三一学院学习数学，曾任利兹大学、伦敦大学教授，1940年出任皇家学会会长。由于在使用X射线衍射研究晶体原子和分子结构方面所作出的开创性贡献，他与儿子W.L.布喇格分享1915年诺贝尔物理学奖。父子两代同获一个诺贝尔奖，这在历史上恐怕是绝无仅有的。

3．爱因斯坦。20世纪最伟大的科学家，被公认为人类历史上最具有创造性才智的人物之一。他的名字与相对论密不可分，其实，相对论包括两种理论：其一是他1905年提出的狭义相对论；其二是他1915年提出的广义相对论。

4．埃伦费斯特（P.Ehrenfest，1880—1933）。荷兰物理学家，他的两个学生提出了自旋的概念，他本人是爱因斯坦的铁哥们。

5．狄拉克（Paul Adrien Maurice Dirac，1902—1984）。英国物理学家，后来用数学方法描述电子运动规律时，发现电子的电荷可以是负电荷、也可以是正电荷。狄拉克猜想，在自然界中可能存在一种“反常的”带正电荷的电子。

6．薛定谔（Erwin Schrodinger，1887—1961）。奥地利理论物理学家，与爱因斯坦、玻尔、玻恩、海森堡等一起于20世纪20年代后期，发展了量子力学。因建立描述电子和其他亚原子粒子的运动的波动方程，获得1933年诺贝尔物理学奖。

7．康普顿（A.H.Compton　1892—1962）。在1922—1923年间研究了X射线经金属或石墨等物质散射后的光谱，发现X射线的波长在散射以后发生改变。

8．泡利（Wolfgang E.Pauli，1900—1958）。奥地利出身的犀利的物理学家，海森堡的师兄，其父亲是维也纳大学的物理化学教授，是著

名的泡利不相容原理的提出者。

9．海森堡（Werner Karl Heisenberg，1907—1976）。德国理论物理学家，量子力学第一种有效形式（矩阵力学）的创建者。

10．玻恩（M.Max Born，1882—1970）德国理论物理学家，量子力学的奠基人之一，爱因斯坦的朋友，与玻尔在同一个量子力学矩阵形式战壕里的老战友。

11．玻尔（bohr，niels）。1885年10月7日生于丹麦首都哥本哈根，父亲是哥本哈根大学的生理学教授。从小受到良好的家庭教育，1903年进入哥本哈根大学学习物理，1909年获科学硕士学位，1911年获博士学位。他是量子力学领域的一代宗师，也曾是学校足球队选手。

12．普朗克（Max Planck，1858—1947）。近代伟大的德国物理学家，量子论的奠基人。普朗克其实是一个很悲惨的科学家，他大儿子死于“一战”，2个女儿死于难产，小儿子被希特勒枪毙。一家人中他是最后死的，多次白发人送黑发人。

13．居里夫人（1867—1934）。波兰出身的女物理学家。她曾两次获诺贝尔奖，1903年的物理学奖，1911年的化学奖。1893年获物理学位，1894年获数学学位，1903年获博士学位。居里夫人以放射性作为论文题目，她研究了很多物质，发现钍及其化合物的特性与铀相同。研究沥青铀矿时，她发现了镭和钋。1910年她成功地分离了纯镭。

14．洛伦兹（Hendrik Antoon Lorentz，1853—1928）与塞曼（Pietr Zeeman，1865—1943）。因研究磁场对辐射现象的影响、发现塞曼效应，分享了1902年度诺贝尔物理学奖。

15．朗之万。1872年1月23日生于巴黎，法国著名的物理学家，德布罗意的老师，爱因斯坦相对论理论“双胞胎悖论”的提出者。

在会议之前，江湖上已经风传哥本哈根学派已经给出了量子力学试卷的一套标准答案，包括三部分：

1．玻尔互补原理

2．海森堡的不确定性原理

3．玻恩对波函数的概率解释。

对于这套纲领性文件，其他门派表示不怎么赞同，肃杀的氛围掺杂着假繁荣的基调，让人心神时刻都不得安宁。1911年，第一届索尔维会议在布鲁塞尔召开，以后每3年举行一届。1927年，第五届索尔维会议在比利时布鲁塞尔召开了，洛伦兹是此次物理学家峰会的主持人——他早年在莱顿大学任教期间创立了电子论，并与塞曼因研究磁场对辐射现象的影响，发现塞曼效应，分享了1902年度诺贝尔物理学奖。1904年他提出狭义相对论中著名的洛伦兹变换公式，并指出光速是物体相对于以太运动速度的极限，而且他比爱因斯坦等人年长20岁，是公认的德高望重之人。这次会议的爱因斯坦与玻尔两人就量子力学进行了一次大辩论。

（2）

这次会议的正式安排是从1927年10月24日到29日，为期6天。会议的主题是“电子和光子”。会议议程如下：首先劳伦斯与布拉格作关于X射线的实验报告，然后康普顿报告康普顿实验以及其和经典电磁理论的不一致。接下来，德布罗意作量子新力学的演讲，主要是关于对应于有质量粒子的德布罗意物质波。随后由波恩和海森堡分别介绍量子力学的矩阵理论，接着由薛定谔介绍他的波动力学。最后，则是量子力学宗师玻尔在科莫演讲的基础上再次做一个关于量子公设和原子新理论的报告，进一步总结互补原理，给量子论打下整个哲学基础。这个议程本身就是量子力学发展史，从中可以明显地分成三派：只关心实验结果的实验派：布拉格和康普顿；哥本哈根派：玻尔、波恩和海森堡；还有波动派系：德布罗意、薛定谔、爱因斯坦。

会议在热烈与友好的气氛中开幕，按照议程，大家先就康普顿的实

验做了探讨，这里面其实也有中国物理学家吴有训跟康普顿做的工作，当然当时在会议上是没有人提到吴有训这个中国人的名字的。在这个关于X射线衍射的讨论以后，气氛开始变得对立，零星的战火开始烧到德布罗意那里，因为他试图把粒子融合到波的图像里去，提出了一种“导波”（pivot wave）的理论，认为粒子是波动方程的一个奇点，它必须受波的控制和引导。这个理论被泡利狠狠地批评，德布罗意招架不住。

薛定谔以夸父追日的方式做物理，已经有很多年，对他来说，女人比诗歌重要，诗歌比物理重要，所以薛定谔永远无法在失落情怀中走出来，在这次会议上，薛定谔做了一个叫“波动力学”的报告，也算是一个他个人对量子力学的总结。

在讲台上，这个诗人开始了他的演说：“尊敬的洛伦兹教授，尊敬的爱因斯坦教授，各位物理学家，教授们，上午好。未曾开口，已觉空虚……在演讲之前，我先要谈谈对海森堡和玻恩的理论的一点看法，我觉得我其实并不认为量子力学已经是一个完善的理论，也不太理解玻恩给我的波函数做的所谓概率解释……我这个波动呀，其实不是真实空间里的波动……你们也许听说了……前年，海森堡去哥廷根数学系演讲，希尔伯特他老人家没有听懂，后来希尔伯特曾经问过他的助手冯·诺依曼，矩阵力学到底是什么玩意，——现在据说他们已经有了研究结论，这个波函数是生活在希尔伯特空间里的……”

台下的人听到这里，连爱因斯坦也吃了一惊。

薛定谔好像是一个摆好了擂台的擂主，口若悬河，说话的声音大起来了：“各位，今天我们所建立的量子力学理论，也许是一个悲剧……”

台下开始骚动起来，泡利小声地对旁边的海森堡说：“这个淫魔在说什么？”

海森堡侧身过来，耳语道：“他是一个诗人，不过我听他的话，怎么那么别扭！他似乎想朝我们伟大的哥本哈根学派开炮。”

“……各位，我的波函数其实就好像是一朵云彩，但它带有电荷，

至于电荷是不是均匀分布，我不知道，但是，我想我愿意承认，波函数就好像天边的云彩……”诗人薛定谔说，“电子就好像是这一朵云彩，非常地漂亮……”

众人听得耳朵里嗡嗡响，云彩……云彩……

（3）

就在各人精彩的报告开始变得意兴阑珊之时，索尔维会议结束了，结束的那天下午，洛伦兹走出会堂的楼梯，步履有点蹒跚。他已经很老了，老得记不清楚很多事情，他甚至想不清楚一件事情，那就是狭义相对论到底是谁发现的，是他，还是伏瓦基（Voigt），抑或是爱因斯坦的老婆，或者可能是菲兹杰拉德？难道是庞加莱？

在众人走出会堂到广场上合影的时候，他看到爱因斯坦似乎如众星捧月一般被人围观，他明显感觉到这中年人身上散发出来的成熟稳重的气息，而自己居然已经老朽成这般模样。

按照江湖规矩，散会了要合影留念。座位已经摆好了，第一排有9个座位，谁坐在中间呢？所有的人内心都在打鼓。这是非常有讲究的。因为坐在最中间的这个人，地位必须足够高，而这必须要得到大部分与会者的默认。这种事情虽然大家不会明显地讲出来，但当一个人真正坐在中间第5个位置上的时候，他一定能明显感觉到一种君临天下的威仪。

近了，渐渐地近了……

洛伦兹终于开口了，他先讪笑了几声，然后亲切地说：“爱因斯坦，你坐中间吧。”

爱因斯坦犹豫了一下，说：“好吧。”

……

等大家坐定，露出将要笑着离开的神态，摄影师喊了一句：“好！

请各位老师保持笑容！”

闪光灯一闪！



等大家各自回到大学，合影照片已经洗出来了，海森堡是一个很敏感的人，他发现，爱因斯坦坐在前排最中间的位置上。洛伦兹则在左边第四个位置上。第一排中，还有居里夫人和普朗克等人，依次排坐在爱因斯坦的两翼——这看上去确实是自人类诞生以来的最强阵容。

换句话说上一代的武林盟主洛伦兹已经把位置让给了爱因斯坦。

洛伦兹24岁的时候，那是在遥远的1878年，他在母校当大学老师，那时候爱因斯坦还没有出生呢。

洛伦兹一开始是做电磁学的，他希望自己能从微观的角度把宏观的麦克斯韦方程推出来。

显然，在麦克斯韦的方程中，电场和磁场全是宏观量（几何量），从微观的角度来看，是一个平均场的效果，因为电场一般是由一些微观的点电荷激发的，那么从微观角度来说，有点电荷的地方其实有很多电场的奇性——这就好像早晨上班高峰地铁站里的人流，从宏观上看来，人流是比较均匀的连续流体，但对于地铁站里拥挤着的美女来说，人流并不那么均匀——总有一些小伙子会故意贴着她的身体。

洛伦兹费了九牛二虎之力，终于证明了，如果假设电荷有微小的粒子附带，那么，麦克斯韦方程确实可以从微观角度做一个平均场给推出来。

洛伦兹把那些带有电荷的微小的粒子，称为电子。

洛伦兹的《电子论》在汤姆孙发现电子之前就出现了。《电子论》有一种思想倾向认为电荷是由微小的粒子附带的。这种想法很像纯净水一样天然无味。但人是不能超越时代的，如果当时的洛伦兹能够在数学上证明电荷是量子化的，那他才可能具有超越爱因斯坦的地位。

但洛伦兹还做了其他事情。

1880年开始，就有一个叫麦克耳孙的美国海军军官，是一个硕士，在欧洲他搞了一个实验，企图证明地球绕太阳系的公转速度会影响到他设计的干涉仪的干涉条纹。

可惜，麦克耳孙的实验总是得到零结果，也就是说，光的传播速度并不会和地球的公转速度简单叠加上去——这其实就是狭义相对论的全部意义所在："光速在任何参考系都不变。"麦克耳孙的实验也引起了洛伦兹的注意。洛伦兹证明，当把麦克斯韦的电磁场方程组用伽利略变换从一个参考系变换到另一个参考系时，真空中的光速将不是一个不变的量，从而导致对不同惯性系的观察者来说，麦克斯韦方程及各种电磁效应可能是不同的。为了解决这个问题，洛伦兹提出了另一种变换公式，即洛伦兹变换，用洛伦兹变换，将使麦克斯韦方程从一个惯性系变换到另一个惯性系时保持不变。当时写出洛伦兹变换的还另有他人，各自有自己的思路，比如伏瓦基就是想要波动方程的算子在某个变换下形式不变来研究问题的，经过痛苦挣扎，他也写出了洛伦兹变换。

无论怎么样，历史的发展如浪奔浪流，洛伦兹变换是两个参考系之间的线性变换，这个变换开始在江湖上流传起来，但其物理解释，他们都没有解释对。

洛伦兹的研究工作，总离开真正靠谱的解释差之毫厘，但也足以谬

以千里——比如他对塞曼效应的解释是经典谐振子上加上一个电磁力引起的经典频率的交错，并且因为这个不太靠谱的解释得到了诺贝尔奖金。他把自己得到的洛伦兹变换看成是一个绝对静止参考系和一个相对匀速运动参考系之间的变换——可是，宇宙中有绝对静止的参考系吗？这自然是没有的。

于是，洛伦兹在糊涂地做学问的过程中渐渐老去。

人是往地底下走的，第二年，洛伦兹就死了。德高望重的洛伦兹离开了滚滚红尘。

（4）

洛伦兹的离开，留下很多东西。

他影响了一个数学家的成长。

事情是这样的。

1910年，wolfskehl基金悬赏的费马大猜想的钱还没有奖出去，于是，这个基金产生的利息就用来请科学家到哥廷根去做演讲。洛伦兹作为电子论的数学大师，相对论坐标变换的提出者，自然有这个机缘出现在哥廷根大学的讲堂之上。

“今天，我开始讲本次系列讲座的第四讲，物理学中的新问题和旧问题是我们的主题……”洛伦兹在台上说。

台下有一个年轻人，正竖起了耳朵听，突然，他听到洛伦兹说：“……基于金斯的黑体辐射理论，人们已经知道的一点是，黑体辐射的光是电磁波，于是，一个很自然的推论就在1905年由英国的金斯推出——这是一个驻波条件，任何吉他手都是很清楚的——吉他高手必须要改变手指按琴弦的位置，才能改变乐音基频。吉他基频对应的波长λ的半整数倍等于弦长L。



绘画：张京

同样道理，按照这个经典图像，在一个密闭容器（炼钢炉）中，电磁波的所有模式中，反弹形成驻波的模式才是基本的，能量在这些模式之中平均分配——这就是金斯的错误的黑体辐射谱。我们考虑波动的驻波模式，那么在这个模型中，很显然的是，电磁波的基本频率模式是与容器的外形相关的，零频时被称为调和问题，一般模式是亥姆霍兹方程，总之，问题与边界的形状有关系……在座的各位数学家，我想，这个问题对你们来说，也许很简单，……这个问题就是解答振动方程，我们能不能通过鼓的声音，来反推出鼓面的形状？……”

台下听讲座的年轻人，正是外尔，他是希尔伯特的学生，功夫了得，他马上知道，这个“听音辨鼓”的反问题很有意思。

他再也坐不住了，洛伦兹还在台上讲自己对这个问题的一些物理上的猜测，但外尔觉得自己应该马上退出江湖，关门去搞这个反问题。他突然感觉自己得了躁郁症，站起来，朝门外走去……他要马上动手了。

一年后，外尔很好地解决了这个问题的大部分，他得到的结果是：

$$\lim_{\lambda\to\infty} n(\lambda)/\lambda \sim S$$

λ是鼓面振动发出的声波的基本波长（特征波长），n（λ）是比λ小的特征波长的个数，S是鼓面面积。

虽然这个数学问题在形式上远离了黑体辐射的理论，但源头却是金斯的黑体辐射驻波条件。这也是量子力学理论对数学的反作用，推动了数学的发展。

外尔有自己的想法，他珍藏洛伦兹带给他的物理遗产，在1928年写了一本书，这书的第一版是在哥廷根用德语出版的，影响力不强，第二版是在普林斯顿改写的，被翻译为英文，讲的是群论在量子力学中的应用，这本书，自然为物理学家们理清楚了头绪。哥廷根数学学派给最初的量子力学提供了数学解释。

15　狄拉克矩阵：相对论与量子力学的婚姻

（1）

量子力学的问题不但与数学关系密切，也与当时物理学的另外一个新兴学科相对论之间可以建立一个桥梁，这个桥梁是由狄拉克担任总工程师施工架设的。

狄拉克对物理学的主要贡献是发展了量子力学，提出了著名的狄拉克方程，并且从理论上预言了正电子的存在。狄拉克原来从事相对论动力学的边缘研究，自从1925年海森堡访问剑桥大学以后，狄拉克深受影响，把精力转向量子力学的研究。1928年他把相对论引进了量子力学，建立了相对论形式的薛定谔方程，也就是著名的狄拉克方程。这一方程具有两个特点：一是满足相对论的所有要求，适用于接近光速运动的电子——在原子内，电子的运动速度大约是光速的百分之一这个数量级，所以不需要考虑狭义相对论效应，因为狭义相对论效应只在接近光速的情况下才体现出来；二是它能自动地导出电子有自旋的结论，也就是说，自旋是一种相对论效应。这一方程的解很特别，既包括正能态，也包括负能态。狄拉克由此做出了存在正电子的预言，认为正电子是电子的一个镜像，它们具有严格相同的质量，但是电荷符号相反。狄拉克根据这个图像，还预料存在着一个电子和一个正电子互相湮灭放出光子的过程；相反，这个过程的逆过程，就是一个光子湮灭产生出一个电子和一个正电子的过程也是可能存在的。1932年，美国物理学家安德森在研究宇宙射线簇射中高能电子径迹的时候，奇怪地发现强磁场中有一半电子向一个方向偏转，另一半向相反的方向偏转，经过仔细辨认，这就是狄拉克预言的正电子——最近2013年的物理学大新闻就是华人物理学家丁肇中领导的实验小组发现了冷暗物质衰变为正负电子的迹象。在1932

年以后物理学家很快又发现了γ射线产生电子对，正、负电子碰撞“湮灭”成光子等现象，全面印证了狄拉克预言的正确性。狄拉克的工作，开创了反粒子和反物质的理论和实验研究——以至于很多日本动画片里都有所谓的反物质武器或者狄拉克海的概念。他的主要著作有1930年出版的《量子力学原理》。

狄拉克早年在布里斯托尔大学读电机系的时候，狄拉克觉得自己简直是进入了一个野鸡大学，那里的学生毕业了以后就是当电机工程师，所以多数人缺乏深邃的思考，这让狄拉克陷入孤独的境地。

他的那些同学们总研究输入和输出问题，把一切电路系统看成一个黑箱子，甚至还把女孩子看成是一个黑箱子，问如果输入的是精子，输出的是孩子，那么，子宫作为一个黑箱的传输函数到底是什么？他们还问其他的问题，比如女人分成两个种类，纯情和骚情，那为什么同一个女人总是既纯情又骚情？

狄拉克心想，再没有比布里斯托尔大学更猥琐的大学了。

不过关于传输函数和女人种类的问题，深刻地改变了狄拉克。他意识到作为输入函数，delta函数是可以定出传输函数的，而至于同一个女人为什么有不同的侧面，他感觉这似乎是一个所谓表象的理论。不过，在当时，关于这个问题的细节，他还没有想清楚。

1921年，狄拉克和几个工科大学生一起聆听了关于相对论的一系列讲座，激励他更深入地思考时间和空间的关系。他起先埋头钻研爱丁顿1920年出版的畅销书《空间、时间和引力》（Space，Time and Gravitation）。在随后的布里斯托尔大学数学研究结束之前，他已掌握了狭义相对论和广义相对论，包括里面所使用的绝大多数数学工具。

大学毕业以后，他找不到工作，于是，就进入了剑桥大学物理系读研究生。

到了剑桥，那里的学生素质就真不一样，大家总是讨论学术问题——比如四色问题或者完美正方形问题，反正大家是把数学当作乐趣来

钻研的。

狄拉克心想，“我喜欢剑桥，这里很好。”

数学系的哈代教授还记得有一次他去医院探望那个印度数学天才拉马努扬，拉马努扬生于印度Erode，他十岁之时才首次接触数学，但表露出过人的数学才华。拉马努扬无心学习其他科目，以致考试经常不及格，加上家境贫困亦令他无法专心学习。拉马努扬结婚后利用他的计算才能寻找工作，最后在会计师楼上班。他希望完全专心于数学，1912—1913年间拉马努扬写信给数位剑桥大学的学者，而只有当时在三一学院的哈代发现拉马努扬的天才。当时哈代亦研究数论，且已是此范畴中世界首屈一指的学者，但哈代依然对拉马努扬的研究成果深表佩服。哈代最后邀请拉马努扬到英国。对于拉马努扬的公式，他认为“一望而知，只有最出色的数学家才能写下这些公式。它们一定是真的，因为根本没有人可以有如此的想像力去无中生有。”哈代曾提到他本人对数学最大的贡献，就是“发现了拉马努扬”。他认为拉马努扬的天才可以和欧拉等巨匠相比。拉马努扬最后在剑桥大学三一学院获得教席，亦成为英国皇家学会的会员。但是因为拉马努扬自小已是体弱多病，他又醉心研究，始终无法适应英国的气候及水土，最后得了包括肺结核病在内的多种病症。最后他不得不于1919年回到印度，不久便与世长辞，终年三十三岁。而流传在剑桥的故事是这样的，有一天哈代对拉马努扬说他坐的出租车号牌是1729，他说“这数字真没趣，希望不是不祥之兆”。拉马努扬却说：“不，1729是一个相当有趣的数字，它可以写成两对不同立方数之和，而在拥有这特性的数字中，1729是最小的一个。”这个故事在剑桥早已成为美谈，当狄拉克进来的时候，他也听说了这个有点装X的故事。

（2）

到了1928年，狄拉克已经发展了量子力学表象理论，表象理论的核心思想是把量子力学的波函数看成是一个抽象的矢量，生活在一个抽象的希尔伯特空间之中。换句话说，他已经理解到大学时代那些同学们在讨论的那些关于女人的话题——女人其实是一个希尔伯特空间里的抽象矢量，你要想了解这个女人，可以把她投影到商场，也可以把她投影到厨房，反正，在不同的地方，她会有不同的表现。离开具体语言环境谈论女人，是毫无意义的。

这已经是登峰造极之作了，但狄拉克还是深深地为两件事情苦恼：

1．完美正方形（拉格朗日四平方和定理的高级版本，哈代肯定也在思考这个问题）。存在不存在一个以整数为边长的正方形，它的面积可以被分裂为4个小的不相等的整数边长的正方形之和？

2．薛定谔的方程不是洛伦兹不变的（不满足自己的偶像爱因斯坦提出的狭义相对论）。存在不存在一个方法，把波动方程的算子开根号，得到一个一次方的算子？

一切尽在想像。一个晚上，他梦见自己找到了解决第2个问题的方法：其实，要想对相对论性的波动方程的算子开根号也许是可以实现的，你可以假装已经开了根号了，……

对于费米来说，通往上帝铺设的林荫道去接近上帝的最短路线是通过泡利。当泡利搞出自旋为1/2的粒子时，费米发展了它们的统计学，当泡利提出中微子假设的时候，费米也马上做出来β衰变的4费米子理论。狄拉克也是如此，他时刻关注着泡利的动作，因为在他的潜意识中，泡利是上帝派驻在人间的代表。

我们再回顾一下当时的情景，泡利从塞曼效应的复杂的光谱数据中得到了一个很大的猜想，这个猜想简直可以与那个既不能被证实又不能被推翻的哥德巴赫猜想相提并论。泡利猜想说："任意两个自旋为1/2的粒子，不能占据同一个量子态。"这就是泡利不相容原理——到1940年才被泡利自己证明出来（利用所谓自旋统计关系，这来源于量子场论能

量正定加上洛伦兹不变性以及哈密顿算子的厄米性）。当在没有被证明之前，泡利的猜想无往而不胜，江湖上已经把它鉴定为真理。

泡利得到了非相对论性自旋的表示——也就是著名的泡利矩阵。因为本书是科普读物，读者群默认为高中生为主，所以，在这里要缓慢地解释一下泡利矩阵。在物理学里，一般把矢量M写成3个分量的线性组合。

$$M = a_1 e_1 + a_2 e_2 + a_3 e_3$$

其中，e_1，e_2，e_3是基矢量。

如果要求，M自己和自己的内积如下（初中生的数学）：

$$M \cdot M = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$$

则相当于要求，基矢量满足如下条件：

$$e_i^2 = 1$$

$$\{e_i, e_j\} = 0$$

这里i和j取1，2，3。{ }表示正对称符号。

这样的基矢量，自然是可以用矩阵表示出来的。对于1×1的矩阵表示，就是大家熟悉的直角坐标系的3个基矢量。对于2×2的矩阵表示，就是泡利找到的3个矩阵。

泡利是用三个2×2的矩阵来表示非相对论自旋1/2的电子的。

这是一个伟大的重复发明，因为数学家早已经在搞这个su（2）李代数了——su（2）李代数当时给人的感觉好像阑尾，数学家并不清楚其功能。泡利出现以后，代表上帝赋予其意义。泡利矩阵正是su（2）李代数。

狄拉克自然很清楚泡利的工作。泡利得到自旋1/2的表示，却没有说明为什么要有自旋。这让狄拉克心花怒放，他觉得应该马上上去搞一把。很快，他发现，满足狭义相对论的克莱茵高登波动方程自然是洛伦

兹不变的，那么开根号以后，依然是满足狭义相对论的，只不过这个时候时间和空间的地位是平等的，指标也就变成了4个。但他会遇到泡利遇见过的性质类似的问题，那就是要求找到一个代数的表示。

$$\{e_i, e_j\} = \pm 1$$

其中i和j取1，2，3，4。

“泡利当年为了得到泡利矩阵，是做矢量的平方，现在，我反过来，是开算子的根号……当时他在三维欧几里得空间里做，现在我在四维平坦时空里做，除此之外，我与他之间还有什么区别呢？……”狄拉克在暗中淌泪，“难道我真的不能超越泡利吗？难道我这辈子，仅仅是为了把泡利矩阵改名为狄拉克矩阵吗？”

无论怎么样，先把这个狄拉克矩阵（相对论性自旋的表示，自动包含反粒子）写出来吧。最简单的写法是4×4的四个矩阵。写出来以后，就得到了狄拉克方程，“方程比人还要聪明”——狄拉克发现，这个方程里，不但有自旋，而且还有负能量的电子。

（3）

当时，狄拉克就傻了，怎么办？开根号出负数是初中生都知道的东西，但现在出现负的能量，怎么解释？如果电子可以朝负能量跃迁，而负能量又没有最小数值，那么所有的电子都可能跃迁到负能量。这样的话，宇宙是不稳定的——换句话说，如果股票市场不存在一个市场底，那么所有股票的价格可能要跌到零，甚至跌成负数。这样的股票市场与屠宰场还有什么区别？再说了，如果存在负的股票价格，那么买进股票的人不但花了钱而且还欠了上市公司一屁股的债，那买股票的人，是真正的傻呀。不可能，一定不可能，必须存在一个市场底。

狄拉克心想，我要引进一个猜想，类似于泡利猜想。于是，狄拉克也提出了一个猜想，这个猜想是这样说的：“负能量的电子海已经被充

满。”

在英伦这个岛国的四周，到处是满得快溢出的海水，海鸥像和平鸽一样在天边盘旋，其实这个地球上到处都是山，只不过有些山谷被水填满，也就成了海。

外一篇　量子力学中的相位

狄拉克作为量子力学的集大成者，其深邃也迥异于常人。后来有人问狄拉克，在量子力学中，是测不准原理最重要吗？狄拉克回答说，不是，在量子力学中相位才是最重要的。

这到底是什么意思呢？

如果你只知道虚数单位$i=\sqrt{-1}$（当然也可以是－i），那么你是否觉察不出下面这个式子的错误？

$$1=\sqrt{1}=\sqrt{(-1)(-1)}=\sqrt{(-1)}\cdot\sqrt{(-1)}=i^2=-1$$

如果你在一念之差选择了放弃学习物理或者是数学，是否你一辈子也不会知道问题的答案？如果多年后一个阴郁的下午，你在大学的课堂上摆弄着手机，你完全忘记了这是一门叫做“数学物理方法”或者是“复变函数”的课程，这时候讲台上白发苍苍的老教授在黑板上重新写下这个你今天第一次看到的等式，你是否会记得你今天对物理和数学的兴趣？

话扯远了，其实上面这个等式只不过是复变函数中的一个简单的习题。它当然是错误的，错误就在于$\sqrt{-1}$的值不止一个，而是等于$e^{i\left(k+\frac{1}{2}\right)\pi}$，k＝0，1，2，3…，它有无限多个值。这，就是复数的世界！

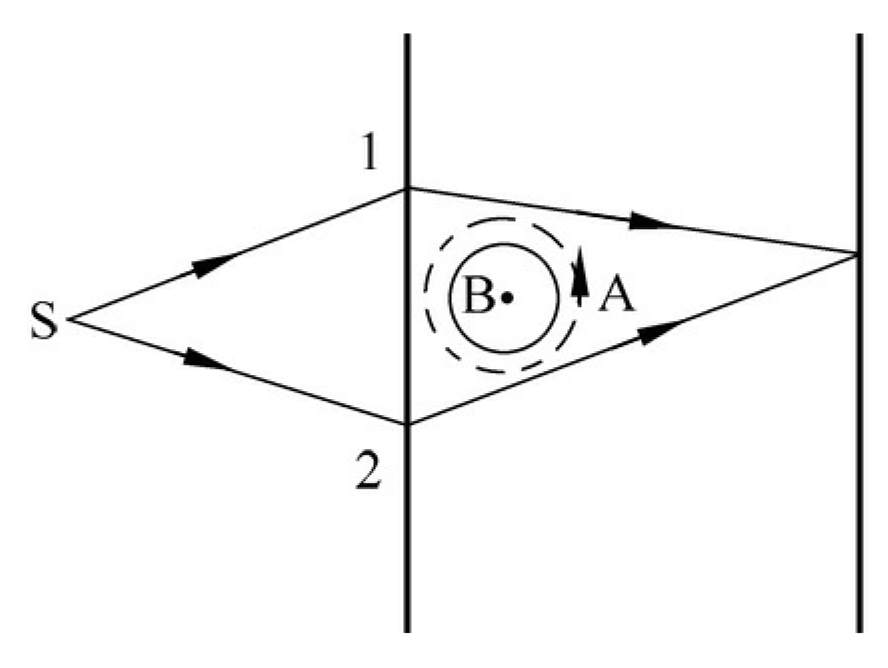
因为有了离散的群体，所以我们有了整数；因为整数的比值有可能

不是整数，所以有了分数；因为边长为1的正方形对角线的长度既不是整数也不是分数，于是我们有无限不循环小数——他们组合在一起，就成了实数；如果负数也可以做幂运算，我们就可以把实数再扩大为复数。毕达哥拉斯学派的西帕索斯因为发现了无理数而遭到残害，卡当引入了复数获得荣誉，世事就是这么无常，同样是扩大了数域，在不同的时代就有不同的命运。

一个复数由实部（实数部分）和虚部（虚数部分）构成，比如z＝x＋iy，其中x，y是实数。利用著名的欧拉公式 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ 也可以把复数写成z＝$\rho e^{i\theta}$的形式，其中 $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ 是z的模，$\theta = \arctan \frac{y}{x}$ 称为z的幅角。这有点像是把直角坐标变换到极坐标的感觉，在相同的ρ不同θ的情况下“矢量”的长度并没有改变。于是物理学家管这个$e^{i\theta}$称为相位因子，起初还看不到它有多大的能耐，但是随着时间的推移科学的进步，它的作用越来越大起来。就连著名物理学家、诺贝尔物理学奖获得者杨振宁先生也说过：“……量子化、对称和相位因子是20世纪物理学的主旋律。”那么，这个连“矢量模长”都改变不了的相位，究竟是怎样在物理学中产生影响的呢？

在量子力学中一个微观粒子体系的状态，用一个波函数ψ来完全描述，而波函数ψ是希尔伯特空间中的一个矢量。在空间中找到某粒子的概率是ψ模的平方$|\psi|^2$，也就是概率只跟这个矢量的长度有关，而它的相位，在取模平方的过程中将被消去。而实验中能测得的物理量只是波函数模的平方，也就是概率。所以在量子力学的早期，有些物理学家们并没有重视这个相位因子。直到一个实验现象浮出水面……

1959年，阿哈罗夫和波姆发表了一篇论文，其中提到电子干涉中，波函数ψ的相位可能会受到磁矢势的影响。第二年就有人做了这个实验，他就是钱伯斯，一个实验物理学家。那么，什么是AB效应呢？



电子衍射的装置

上图中S是电子源，1、2是挡板上两个极小的狭缝，狭缝之后有承接屏。承接屏上有荧光物质，当电子打在其上时会发出光亮，就可以知道电子主要落在屏上的什么地方。而B是一根通电螺线管，磁场被封锁在管内。实验先在没有B的情况下进行电子干涉，在承接屏上得到电子干涉图样。然后加入B，B是一个小范围的、非常靠近挡板的螺线管，所以不会阻挡到电子的运动。从理论上来说电子并没有经过磁场，承接屏的图样应该不会有什么变化。但是实验事实却让人惊讶，承接屏的干涉图样改变了，电子的运动发生了变化！

这个实验最爆炸性的结论是仅用磁感应强度描述磁场不是完备的，磁矢势也会有物理实在。但是我们从另一个角度去想想，为什么电子打在荧光屏上各处的亮度改变了？你可以说是打在某处的电子数量减少了，而打在另一处的电子数量增加了。但是考虑到电子的波粒二象性，我们应该认为这是相位在作祟。既然电子是波，那么就会发生相干叠加增强和减弱；实际上这个电子的干涉实验就是在证明这一点。而在波的叠加中，并不是简单的振幅相加，而是必须考虑到相位的相干叠加。形象地说，这种叠加不是1＋1＝2，而是x≤1＋1≤y这样一种形式。具体等

于多少，这要看所处在的相位。所以AB效应造出的影响，是改变了电子的相位，使得在某处本来发生相长干涉的地方发生了相消干涉，造出承接屏图样的变化。

此后对于量子力学相位的研究越来越多，取得的成果也越来越多。特别是1984年英国物理学家贝利发现在几何相中的一种依赖于含时参量的相位，称为贝利相，更是在物理学的其他领域如量子信息、凝聚态、量子光学等有着重大的应用。而关于量子力学的相位的研究，现在依然是前沿的问题。因为，正是因为量子力学的相位，才有了量子力学的相干叠加，才有了不同于平常世界1＋1＝2的量子世界的千奇百怪。

16　海鸥，马约拉纳

（1）

每一只海鸥都是一个死去水手的灵魂。

假如你去一个海滨城市，在浪漫暧昧的夜晚，徐徐海风吹拂之下，一些游轮餐厅会放着这样的音乐，那是Rod Stewart的SAILING：

I am sailing，I am sailing...cross the sea.

I am sailing stormy waters，...

…

Can you hear me，can you hear me，through the dark night far away？

I am dying，forever crying，to be with you; who can say？

…

Oh Lord，to be near you，to be free.

20世纪20年代中期，费米还在意大利刚开始经营他的新罗马帝国，有一个极端帅气清秀的年轻人马约拉纳是他的学生。当时他俩都只有二十几岁，年轻而有梦想。

马约拉纳说："每隔500年才有一个类似阿基米德或牛顿这样的科学家出现，而每隔100年就会有1至2个爱因斯坦和玻尔这样的人出现。"

费米说："那费米是几百年出一个？"

马约拉纳说："我们谈的是爱因斯坦与玻尔……"

马约拉纳21岁的时候加入了罗马大学物理研究所由费米领导的研究组，这个组里汇集了一批意大利当时最优秀的青年物理学家。大家紧密团结在费米周围进行工作，唯有马约拉纳是一个单打独斗的人。不过他

的超级分析与计算能力及天才的物理直觉对整个研究组的帮助是无法估量的。马约拉纳确实是个计算天才：只要有他在的地方，就没有人会用计算尺和笔算。只要需要问他，请告诉我1538的对数，或者，243的平方根乘以578的立方根等于多少，他都能很快得到答案……费米和他曾有过一场计算能力的PK，费米用纸笔计算尺，马约拉纳只用脑子，然后比赛结果是平局……而众所周知，费米的计算能力也是非常强的：后来在美国爆炸原子弹的时候，他就站在很远处，手里拿张纸，撕成碎纸片。原子弹的冲击波来了，他把碎纸一扔，然后根据纸片被卷走的高度、速度和距离计算释放的能量值。冲击波走了，他就算出来了，而且计算出来的结果和精密仪器测试的结果不相上下……有一次费米正在计算中子的寿命，在黑板上算啊算，马约拉纳就站在旁边想啊想。最后费米说我得到结果了，结果他听到马约拉纳说，“算出来是十五分钟吧。”费米当时就郁闷了，觉得马约拉纳计算能力远比自己强，他把粉笔一甩，就走出去了。

马约拉纳对自己的研究工作自我要求很高，他很少发表研究成果，除非他本人觉得研究结论已经无可挑剔。1929年，费米研究组的成员之一瑞萨缇（Franco Rasetti）在美国加州理工学院进行访问研究时，测量了氮原子核的自旋数，其结果却是“1”。马约拉纳立刻意识到原子核应该是由带正电的质子和一种不带电的、质量与质子相近且自旋亦为$\frac{1}{2}$的粒子所组成。他把这种粒子叫做“中性质子”，也就是人们后来发现的中子。具体到氮原子核，其组成应为七个质子加七个“中性质子”。他同时也意识到，为了使原子核不致因内部的质子们“同性相斥”而分崩离析，核内一定存在一种比电磁力强得多的相互作用力，他称为“交换作用力”——这就是后来人们所说的强相互作用力。他建构的这套原子核稳定性理论可以说是现代量子色动力学的前身。可是不知出于何种原因，尽管费米费尽唇舌，马约拉纳却始终拒绝把这个理论拿出去发表。

几个月后，俄国的物理学家伊万年科（Dmitri Ivanenko）认识到了中子的存在，海森堡也发表了与马约拉纳非常接近的理论。费米抱怨他坐失良机，马约拉纳也仅仅一笑置之——从这里也许可以看出马约拉纳是一个比较淡漠的青年，也许还有点抑郁。

马约拉纳还是第一个想到宇称可能不守恒的人——这个问题就是后来李政道与杨振宁得诺贝尔物理学奖的研究课题。

宇称是一种描述粒子在空间反演变换下性质的物理量。就像我们有的人习惯用右手写字，有的人习惯用左手一样，基本粒子的自旋也具有类似的特性——左旋与右旋。对大多数粒子来说左旋与右旋是对称的，即如果存在具有左旋的A粒子，就一定也存在具有右旋的A粒子。假如一个具有左旋的A粒子去照镜子，镜子里看到的就是一个具有右旋的A粒子。在粒子的相互作用中，如果以左旋粒子取代同种的右旋粒子而结果不变，这种相互作用就具有左与右的对称性。粗略地说，这就是宇称守恒。

宇称只在弱相互作用过程中会不守恒，而弱相互作用一般都涉及中微子。中微子有非常奇特的性质——都是左旋的。也就是说，如果一个左旋中微子去照镜子，镜子里则什么都没有，因为右旋中微子根本就不存在。

马约拉纳是研究中微子的理论家，他当时就已经极有可能已经意识到了中微子的这种高度不对称性。他在20世纪30年代初开始建构的中微子理论。到了1941年中国的物理学家王淦昌也开始研究中微子，并且提出测量方案。

1932年，由于健康原因，马约拉纳辞去了在罗马大学物理研究所的职位，开始了长达四年几乎足不出屋的“闭关”生活。在这四年里他没发表过什么论文，却完成了一批杂七杂八的小型研究，包括地球物理、电子工程、数学和相对论。到了1937年，在没有任何征兆的情况下，他突然“破关”而出，去应聘意大利巴勒莫大学的一个教授职位。在应聘要求

当中有一条是必须提交一篇论文，于是他就将那篇已经尘封五年之久的有关中微子的文章拿了出来，这样才使世人有机会一睹他的极富想象力的中微子理论。

1938年3月25日他给家人和他任职的那不勒斯大学物理研究所所长卡瑞利（Antonio Carrelli）各留了一封短信后，就登上了一艘开往西西里首府巴勒莫的邮船。一般人和警方都把这两封信解读为绝命书。不过也有两件事令人费解——他支领了半年的薪水并带走了所有重要的科研笔记，这不大像一个准备自杀之人所为。尽管如此，如果事情到此为止，人们大都还是会认定他自杀了。可出人意料的是，他平安抵达了巴勒莫，而且又发了一封电报和一封信给卡瑞利。电报仅一句话“别紧张，信随后就到”，信里则明确说他放弃了自杀的念头。根据记录，他确实买了返回那不勒斯的船票，而且有个同舱人（三人住一间舱房）曾作证说，他在那不勒斯下船时，马约拉纳还在舱里睡觉。但马约拉纳却从人间蒸发了，没人确切知道他是否在那不勒斯下了船，甚至连他到底上没上开往那不勒斯的船也是个未知数。这种不确定的结局，为后人留下了想象的空间。以致几十年来不断有人宣称在世界的不同角落遇见过马约拉纳，版本之一是：在20世纪60年代初，他经常在智利的一个小酒馆里吃饭，还在餐巾纸上演算数学问题……这些传闻无一得到证实，恐怕均是媒体的炒作。时至今日，意大利人也没有忘记他。他多次成为科幻小说或电影的主角，甚至还有关于他的科幻连环画集。在连环画里，马约拉纳的结局最为辉煌——被外星人接走了！

总之，很多年以后，马约拉纳跳上帆船出去航海，意大利的海也是那么蓝，渐行渐远，……马约拉纳消失在海平面之下……物理学并不是摇奖机，但物理学家的命运似乎也有很多面，没有人知道马约拉纳是自杀了，还是失踪了？——江湖上有流言说，马约拉纳决定消失是因为他已经预见到原子弹将毁灭地球，他只想把音容笑貌留在人们的记忆里——而假如真是这样的，那么原子弹的制造者费米显然有不可推卸的责

任，这真是“兄弟一场，我不杀伯仁，伯仁因我而死”。

（2）

狄拉克在1928年得到的四分量旋量是一个复函数，四个狄拉克矩阵也是复的。狄拉克猜想，负能量电子海已经充满了，那么如果负能量电子海里的电子被激发为正能量电子，显然会挖出一个萝卜（负能量电子）留下一个坑（缺少一个负能量带负电荷的电子，相当于多了一个正能量带正电荷电子）——于是，狄拉克把这个萝卜坑理解为反粒子。

狄拉克做完这些工作以后，他在物理学上的贡献就已经定型。他给世人留下的印象就是高度自闭。所以当波兰青年物理学家英费尔德（此人后来成为爱因斯坦的助手）1933年前后来到剑桥时，福勒就建议他跟从狄拉克研究正电子理论中的一个问题。英费尔德于是去拜访狄拉克，下面就是他后来记述下来的那次会见：

“我穿过圣约翰学院那狭窄的木楼梯，然后敲响了狄拉克的房门。他悄悄地把门打开，并以友好的手势指着一张带扶手的椅子。我坐下来并等着他讲话，但鸦雀无声。我告诉他说，我几乎不会讲英语，他友善地笑了笑，但没有作任何回答。”

英费尔德试图把谈话引向深入，且把福勒的建议告诉了他。

“仍然没有回答。我等待了一会儿，接着直接提出了问题：‘你反对我同你一道研究那个问题吗？’——‘不。’我终于让他吐出了一个字。接下来，我开始讨论那个问题，并拿出钢笔来以便写出一个公式。他一言不发地站起来，拿来了纸张。但是，我的钢笔却写不出字来，这时他又悄无声息地拿出他的铅笔，并递给了我。我再次问他一个直接的问题，而得到的回答是5个字，我花了两天的时间才消化它们。谈话即将结束，我试图延长它。‘当我遇到困难的时候，你不介意我来麻烦你吗？’——‘不。’我离开了他的房间，奇怪而又沮丧。他太难令人亲近

了，要是我事先就知道每个剑桥人都是这么认为的，那么我就不会有什么不愉快的感觉了。如果英国人都觉得他很特别，那么对一个喜欢嚼舌根的波兰人就更可想而知了。”

狄拉克当然不是无礼，尽管他的举止被英费尔德描述得好像是无礼的。他作为逻辑的耕耘者，只不过是按逻辑行事，因此在某些场合就表现得与社会所接受的方式背道而驰。他直接回答问题，但不作评论或者其他不得要领的陈述。他接下来会坦率行事，在一些场合下，这种坦率并不总是被认为是友好的表示。

研究四分量旋量的马约拉纳也继承了狄拉克的怪异风格。他似乎对意大利学术界除了费米以外的那些傻子们的集体无意识深恶痛绝，决定自己教育自己——马约拉纳有一句名言：“物理已入歧途，我们都已入歧途。”于是，他在思考怎么样才可以在江湖上扬名立万——当时，他脑子里有2个命题：

1．存在不存在一个整数Z，这个整数的相反数是它本身。

2．存在不存在一个整数Z，这个整数的倒数是它本身。

他发现，对于以上两个命题，整数Z都存在，答案分别是0和1。

马约拉纳于是决定把这个朴素的思想应用到新生的量子力学里去。

1937年马约拉纳告诉费米说：“我能找到四个实矩阵来表示狄拉克代数。我找的四分量旋量也是实数形式的。——换句话说，存在一个没有电荷的旋量粒子，它的反粒子是它本身。”

费米说：“听上去很不错，请去发表吧。”

于是马约拉纳就正式发表了他的一个猜想——物理学历史上，牛人是很喜欢做猜想的，前面也已经看到过了，比如泡利猜想，狄拉克猜想，一个好的猜想可以扼住命运的咽喉。马约拉纳的猜想也像一只蚊子一样能在午夜飞行，弄得很多年轻人晚上睡不着觉，只听见耳边嗡嗡作响：“自然界存在一种有质量无电荷的自旋为1/2的粒子，它的反粒子就是它本身。”

其实早在1929年，数学家外尔就已经描述了一种带自旋但没有质量的粒子，被称为外尔旋量。而马约拉纳的猜想表面上看似乎像是一种数学游戏，马约拉纳所要求的这种旋量会在一些特定维度的时空中被找到——实际上这意味着人们面对的量子世界可以有更多出人意料的结果，比如超对称理论中，引力子的超对称伴侣就是一种自旋为3/2的带质量的马约拉纳旋量。旋量的故事既然已经展开，也许不免让一些文科读者花容失色，但故事将越来越扑朔迷离。

简单地说：

1．没有电荷的自旋粒子，用马约拉纳旋量描述。

2．没有质量的自旋粒子，用外尔旋量描述。

3．没有电荷没有质量的自旋粒子，用马约拉纳-外尔旋量描述（但在四维时空不存在）！

自旋，电荷，质量。这3个量子数就好像是自助餐厅里的3道菜，你可以自由选择吃哪几个！

马约拉纳的出现就好像一个海鸥，最后隐没在茫茫大海，但他的出现说明费米学派已经成为一个培养杰出人才的新学派了，费米不愿意自己成为一只海鸥，他要飞得更高。

17　朗道：苏联之子

（1）

和煦的夏风吹着哥本哈根的玻尔，他的两个儿子正在茁壮成长。看在眼里，玻尔真是高兴啊，当时他并不知道几年以后大儿子将夭折。



研究所的院子里宿草盈阡，爬山虎爬满了墙壁，绿油油的一片藤蔓之下，世界各地的年轻人来了又走，真是应了那句老话“铁打的营盘流水的兵”，虽然海森堡已经离开哥本哈根去了莱比锡大学，但玻尔相信，只要自己还存在，那么，哥本哈根就好像一个工厂，会制造出一个又一个海森堡。

没有错，1931年的研究所里，又来了几个年轻人，比如说，伽莫夫、特勒，还有朗道。

特勒（Teller）站在院子里，听见蝉的叫声，感到无边的寂寞，他发现自己还真不是一个做学问的料，那两个苏联人太牛了，自己简直像一个傻子一样混在哥本哈根。

那两个被特勒嫉妒的年轻人，正是伽莫夫和朗道。

1908年出生的朗道真是非常年轻（比那帮1901年出生的人小了7岁），他显然已经来迟了一步，量子力学的楼船早已经扬帆起程，船上面是笙歌艳舞一片，歌妓已经被别人拥抱，留下朗道一个人在江边兴叹："我来晚了一步，我妈怎么搞的。"他19岁的时候，还在苏联，就思考一个问题，因为海森堡说物理量是矩阵，而薛定谔说波函数有一个密度分布。朗道19岁做物理就好像29岁一样老练，他马上把矩阵和密度联系起来了，创作了一个伟大的新概念——密度矩阵。

这就是朗道，他自然是心比天高，他顺路到哥本哈根，看到自己的一个师兄伽莫夫也在这里。

朗道说："师兄，你最近在研究什么？"

伽莫夫说："隧道效应啊。对了，你叫什么名字？"

朗道心想，天下谁人不识我朗道，真是瞎了眼了，你居然不知道我的名字："我叫朗道，今年23岁。去年我研究了电子在磁场中的运动，得到了朗道能级，你不知道吗？"

伽莫夫说："哦，原来你就是朗道，太好了，朗道能级是什么？你给我讲讲！"

朗道说："你居然不知道朗道能级！朗道能级啊，说来话就长了……"

（2）

18世纪末19世纪初，有一个叫安培的人，思考环行电流——电流像北京二环地铁那么流动。安培研究的结果很是惊人，环行的电流能产生一个类似于条形磁铁产生的磁场（磁偶极场）。在安培以后，数学家太喜欢环形电流产生的磁场了，于是高斯等人就思考，能不能把两个通电线圈相互套起来（像两个戒指那么相互套起来，或者两个手铐相互铐起

来），然后计算一下空间的磁场分布，看看能不能在磁场中读出电流线圈的拓扑结构——相当于说，看到一缕光线，你能不能推断出发光灯丝的形状。到了1931年，拓扑在物理学中已经开始变得重要。英国的狄拉克也在思考有没有磁单极场——存在这样一个磁场，通过观察这个磁场，你会发现，这个磁场是起源于一个点，而不是类似于安培的环线。

简单地说，23岁的朗道发现，关于安培的环路电流可以用量子力学来重新做一做。高中物理学里的洛伦兹力表明，在均匀磁场中，电子将作圆周运动。那么，如果把量子力学加进来，这个图像是什么样子的呢？

显然，电子的圆周运动可能会导致电子能量的离散化——周期性的运动总会导致量子的离散现象，所以女性的生理周期也会导致其脾气的多能级爆发——这个离散化的能量，被称为朗道能级。

朗道能级是很容易解出来的，因为圆周运动其实是两个简谐振动的合成，只不过现在的情况有了微妙的变化，在量子图像里，圆周运动的圆心坐标（a，b）非常特殊，a与b是不对易的。

$$[a, b] \neq 0$$

朗道把自己的发现过程跟伽莫夫讲了一遍，伽莫夫听到圆心坐标不对易的时候，一个头有两个大。虽然他相信这个不对易的原因是由于磁场的存在。但这个结果还是很令人吃惊的，因为磁场存在以后，几何学被彻底改变了，需要用非对易的坐标来描述一个点的位置，那么，点的x坐标和y坐标就是不可以同时确定的……

伽莫夫说：“师弟，也许你做错了什么。但我不知道你哪里错了。”

朗道说：“师兄，我回苏联以后，再考虑这个问题吧。这个问题是很有意思的，对了，你还要回苏联吗？”

伽莫夫说：“你先回去吧，梁园虽好，非久留之地，苏联需要你……”

1931年，伽莫夫被召回苏联，任命为列宁格勒科学院首席研究员，并在列宁格勒大学担任物理教授。当时斯大林制度下，伽莫夫感到自己富于想象力的天性受到压制，很不开心。1933年出席在比利时布鲁塞尔召开的一次会议时，伽莫夫抓住机会离开了苏联。离开苏联后，伽莫夫在法国巴黎的居里研究所从事研究，1934年移居美国，在密歇根大学担任讲师，同年秋天被聘为哥伦比亚特区华盛顿大学的教授。在华盛顿大学工作期间，伽莫夫主要从事宇宙学和天体物理学研究，发展了大爆炸宇宙模型，并且研究了宇宙初始阶段化学元素起源的问题，这个时期是他学术生涯的顶峰，取得了一系列重要的研究成果。

现代宇宙大爆炸理论是在1932年由比利时牧师勒梅特首次提出的。20世纪40年代，伽莫夫与他的两个学生——拉尔夫·阿尔菲和罗伯特·赫尔曼一道，将相对论引入宇宙学，提出了热大爆炸宇宙学模型。热大爆炸宇宙学模型认为，宇宙最初开始于高温高密的原始物质，温度超过几十亿度。随着宇宙膨胀，温度逐渐下降，形成了现在的星系等天体。他们还预言了宇宙微波背景辐射的存在。40年代，伽莫夫指派阿尔菲研究了大爆炸中元素合成的理论。在阿尔菲1948年提交的博士论文中，伽莫夫说服了汉斯·贝特把他的名字署在了论文上，又把自己的名字署在最后，这样，三个人名字的谐音恰好组成前三个希腊字母α、β、γ。于是这份标志宇宙大爆炸模型的论文以阿尔菲、贝特、伽莫夫三人的名义，在1948年4月1日愚人节那天发表，称为αβγ理论。

（3）

早在1929年，玻尔邀请爱因斯坦到哥本哈根作学术报告，朗道恰好也在此访问。爱因斯坦刚讲完，他便站起来指出其中一个错误。略作沉思之后，爱因斯坦这样认错："大家可以把我今天讲的全部忘掉。"因为表现过于突出，列宁格勒大学在1934年免去朗道的答辩环节，直接授予

他理学博士和数学博士学位。后来，他受好友卡皮察之邀，到物理问题研究所主持理论物理方面的工作。个性傲慢再加上心直口快，最终给这个狂妄的年轻人带来灾难。1938年4月，一辆黑色轿车接走了朗道。因为随口表达对社会的不满，又被发现参与起草一份地下传单，朗道被直接送进安全部门，以“德国间谍”的罪名判处10年徒刑。为了营救他，玻尔专门给斯大林写信，恳求赦免，但并没奏效。

最终卡皮察押上自己的身家性命，向斯大林保证朗道不再从事任何反革命活动。更重要的是，他告诉这位最高领导人，自己在低温领域的研究获得重大进展，急需理论家帮助，而苏联只有朗道从事这方面的理论研究。或许是斯大林认识到了朗道的价值，就在朗道觉得自己“再在监狱待半年必然会死掉”时，他在1940年获准保释出狱。

从此，处处都有密探监视他的一言一行，并汇报给安全部门。这个自称“有学问的奴隶”的人，知道自己的言行会关系到好友卡皮察的安危，开始主动远离政治。每当身边有人谈起政治，他总是自我嘲讽道，“我是懦夫”。

“二战”后，卡皮察认识到原子弹的危害，拒绝参与核武器的研制，被赶出莫斯科。朗道则参与了研制，当别人躲着卡皮察时，只有他每月前去拜访。但“懦夫”还是管不住自己的嘴巴。密探在1947年呈送的报告里说，朗道抱怨国家的科学界彻底卖身求荣，“而且比国外是有过之而无不及，国外的学者毕竟还拥有某种自由”。他更不满的，是周围人的“卑鄙无耻”，“不仅科学家如此，评论家、文学家、报纸杂志记者也如此。只要有人给钱，上边让他们干什么他们就干什么”。这些报告并没有令朗道失去自由，倒是1953年斯大林的死讯，让朗道误以为他彻底获得了自由。他立即停下手头的核武器研究，并宣称“他死了，我不怕了，所以我不干了”。他不知道，新上台的赫鲁晓夫也不信任他，他依旧是现实中的囚徒。



朗道在狱中的照片

总之，朗道从哥本哈根回国以后，因被怀疑是德国间谍而入狱。

在监狱里，朗道感到非常愤怒，他怒发冲冠。

中午，放风的时候，他总是在高墙之下仰望井口那么大的天空，心里大骂斯大林。

狱卒把一盘饭放在他面前，吆喝道：“快吃吧，窝囊废。”

朗道气得直哆嗦，用手指着狱卒的鼻梁骂道：“畜生！我是朗道，等我出去，我要……”

朗道在监狱里发现了一个巨大的秘密，是大家都知道但心照不宣的。那就是电子在均匀磁场中，如何与磁场耦合（相互作用）的呢？磁场是一个经典场，电子是一个量子化的粒子，它们的相互作用到底怎么写呢？

虽然江湖上总有人在说什么最小耦合，但语气又有点像阿Q嘴巴里的“革命”，语意是模糊的。

自己还来得及，虽然量子力学的楼船已经出发，那些西方人在船上已经醉生梦死，乐不思蜀，但作为苏联之子的朗道，依然可以在岸边另开一片天地——实际上他研究电子和磁场，开创了凝聚态物理学的大片

新河山。可以说，在那个国度里，他其实一直在等待出狱，尽管他在物理学上的成就彪炳青史。

18　广岛之吻

（1）

从西方到东方，隔着一个苏联。

从西方的物理学到东方的物理学，隔着一个郎道。

在同时代的日本，事情也在悄悄起变化。

1937年6月，近卫文任日本首相，日本街上的妇女们都觉得生活有了希望。近卫文采取了关东军参谋长、侵华狂热分子，日本男人的骄傲东条英机的主张：鉴于中国在西安事变后，中国抗日民族统一战线日渐形成，应迅速扩大侵华战争，瓦解抵抗士气。于是，1937年8月13日，在中国上海，淞沪会战爆发，花花大世界面临挑战。而一旦上海失守，那么首都南京将洞门大开。

覆巢之下，安有完卵。1937年年底，南京失守的标志是南京大屠杀，奸淫掳掠让中国一寸山河一寸血。时为中学生的杨振宁全家辗转从合肥逃到昆明，一路上阅尽犬奔豸突的景象……杨振宁来到昆明以后，终于安顿下来，他考上了西南联合大学化学系，后来又转到物理系。他自然没有想到，若干年以后，自己将要奔赴美国，去寻找费米。无论怎么样，当时的西南联合大学物理系并无大楼，却有一堆大师，比如周培源教授，就在莱比锡大学和海森堡打过乒乓球。这些大师也培养了一堆人类精英，杨振宁就是其中之一。这是后话。

西南联合大学的环境非常艰苦，但有一群很杰出的人物在那里，华罗庚已经从剑桥回来，他是研究素数的高手，总的来说，他喜欢把一个整数拆成几个整数的和，或者拆成几个整数的平方和，或者是几个整数的三次方的和……这个情况，有时候是非常难做到的。数学家把这个整数分拆的问题看成无比优美的事情，其中最重要的成果是剑桥的哈代和

拉玛努杨做出的。

一个正整数拆成正整数的和有多少种方法，比如，

4＝1＋1＋1＋1＝1＋1＋2＝1＋3＝2＋2。

哈代和拉玛努杨对整数n分拆的分拆种类数p（n）写出了一个渐远表达式。——其实这个结果也可以用在群论的杨图中，是很深邃的。这个结果可以从量子统计的高温极限中推出来。

同年，费米来到了美国。这一年，当德国的哈恩和斯特拉斯曼等人发现，92号元素的原子核在中子打击下不是变成93号元素——而是像西瓜摔在地上一样分裂成大小差不多的两块……

敏感的费米意识到，类似于整数可以被分拆，大原子量的这个原子核也会分裂（可能有多块碎片），会释放出两个或者两个以上的中子，而放出的中子显然会越来越多，这样又能继续打击其他92号元素的原子核……这个过程就好像多米诺骨牌效应，意味着源源不尽的核能量会释放出来。

费米对劳拉说：“老婆，我发现了一个重要的事情。”

劳拉说：“啥事情？”

费米说：“我发现了一种中子的繁殖技术方法，这个技术方法可以制造一种异常可怕的炸弹。”

劳拉说：“我老公真牛。你想炸谁？中子也能繁殖吗？像虫子一样繁殖？还是像细菌一样繁殖？”

费米说：“繁殖系数我还没有算出来，不过，我相信在一定的条件下，中子的释放速率会高于被吸收的速率，然后这个炸弹就能实现……”

劳拉说：“我不信……”

德国的海森堡等人也意识到，92号元素能够用来制造一种威力巨大的原子弹。不过希特勒把研究导弹放在第一位，原子弹的计划，则放在第二位。海森堡相信一个伟大帝国将在自己的协助下建立起来，这个帝

国将是真正的日不落帝国，这个帝国的土地囊括了整个地球。

在这几年里，欧洲已经变了。希特勒像一个乌贼一样浮出海面。

因为欧洲局势在希特勒主张的日耳曼民族统一全地球和屠杀犹太人的思潮影响下，欧洲科学中心德国已经不适合具有自由精神的人类居住，于是，物理学的中心自觉地朝美国翕动，开始完成东学西渐的过程。

几乎所有的人都在逃命……

玻恩跑到了英国。

薛定谔跑到了爱尔兰。

爱因斯坦跑到了美国。

玻尔暂时留在中立国丹麦。

意大利作为德国的同盟，情况也是类似的，费米虽然是墨索里尼册封的院士，但他不喜欢墨索里尼。加上费米的老婆劳拉是犹太人，费米也很苦恼……1938年，诺贝尔物理学奖颁给了费米，他带着妻子和家人，先去了斯德哥尔摩……然后直接登上了去纽约的游轮。

“哦，纽约，自由女神，我费米也来了，这次我决定留下不再走……”

海森堡独自留在德国，他不知道未来怎么样，但当年研究湍流的经历告诉他，个人命运是卷在历史的湍流里的。不能活就只好死，他要好好地活下来，现在作为恺撒·威廉物理研究院的院长，终于可以走一条别人不能走的路了——他隐约觉得，藏在女人堆里的薛定谔是渺小的，我海森堡才是真正的藏在花丛中的大炮。

1941年，海森堡作为一个特殊的使者访问了所有被德国占领的国家。满目疮痍令他心生快意——人生一世，草木一春，该死的赶紧去死。

第二次世界大战，打得生灵涂炭。称心快意，几家能够？整个欧洲战场，包括远东的战场，好像一块火红的电烙铁在炙烤着上面蝇营狗苟

的人群。

希特勒是一个狂热的人，他喜欢毁灭别人得到自己的快感。海森堡是为他工作的，海森堡工作的中心任务之一，就是制造原子弹。

罗马不是一天建成的，原子弹也不是一天造成的。历史的演进蜿蜒曲折。在原子弹这个事情上，首先登台的是法国人。1896年法国物理学家A.H.贝可勒尔发现铀的放射性，这是一个伟大的发现。因为伦琴发现的X射线是人工产生的，而贝可勒尔发现的放射线是天然的。

换句话说，1．原子核是不稳定的。2．放射性衰变是自发的。

如果原子核发生衰变，它有很多种不同的方式，在高中物理里，这是一些由希腊字母表示的放射线，但通过本书的阅读，读者们已经明白，这背后的物理是量子力学里不同的衰变概率——物理学家称为“衰变道”——在这个意义上，也许这个不同的概率是可以计算的（但这个世界多数情况下是模糊的，不可计算的）。

铀及其化合物不断地放出射线，向外辐射能量。这使居里夫人发生了极大的兴趣。这些能量来自什么地方？非常幸运的是，爱因斯坦的狭义相对论马上给出了答案，$E=Mc^2$。

狭义相对论在理论上解释了这些能量的来源，但没有解释一件事情，那就是原子核为什么要衰变？而量子力学出现以后，人们发现，衰变是有一定的概率的，对于一些特定的原子来说，这个概率蛮大的——比如说U，就很容易衰变。

原子核会衰变，则说明原子核并不稳定。（因为丘成桐等人证明的正质量定理，以及克里斯多杜隆关于闵氏时空的非线性稳定性的证明，在经典意义上，我们的时空是比较稳定的。而前面说过，狄拉克猜想，真空在量子意义上是稳定的。所以我们暂时不用担心时空的衰变问题。）

当年在意大利科莫湖边的两个青年——海森堡和费米，今天已经渐次走到了兄弟侧目的两岸，各为其主，疲于奔命。

早在1932年，当海森堡面对原子核的时候。海森堡有一个金光闪闪的思想，换句通俗的话说：世界由男人和女人组成，男人和女人是平等的。

他想把这个思想推广到原子核里面，于是，得到了如下模型：

1．原子核由质子和中子组成；

2．质子和中子是平等的，它们之间通过SU（2）群在一个抽象空间中的转动联系。

他这时候的理论水平，也许在费米之上……

（2）

1941年的某一个黄昏，一列短程火车从日本京都缓缓开出，车厢里一位沉默、戴眼镜的中年男子闭目养神，过了一会儿便摊开一本厚厚的书专心读起来。

“……经过中川近旁，便看见一座小小的邸宅，庭中树木颇有雅趣。但闻里面传出音色美好的筝与琴的合奏声，弹得幽艳动人，源氏公子听赏了一会儿。车子离门甚近，他便从车中探出头来，向门内张望。庭中高大的桂花树顺风飘过香气来，令人联想贺茂祭时节。看到四周一带的风物，他便忆起这是以前曾经欢度一宵的人家，不禁心动……”

车上这个正在看黄色小说《源氏物语》的中年男子叫汤川秀树，是京都大学的物理学教授，他正在下班回家的路途上。他的计算表明，原子核里面有一种巨大的力量把质子和中子束缚在一起，这个强大的信使粒子在质子和中子之间就好像一个介绍人，他称为介子，介子的存在使得原子核基本保持稳定，也使得原子核这个小宇宙内的温度为介子的质量（温度与能量通过玻耳兹曼常数相互联系起来），大约200个电子质量（在物理学中，质量、能量和温度，都可以认为是同一个意思）。可惜他的计算没有表明这个巨大力量将进入日本的未来光锥：他的同胞将

在广岛接受死亡之吻。

1941年12月7日上午，京都的天空有点阴郁，战争的阴霾弥漫在岛国的上空。

物理系教授汤川秀树放下手中的书，仰望灰蒙蒙的天空，眼神有些倦怠，想起了1926年自己刚考上大学时候的情境：那时候的他，年轻英俊，朝永振一郎（Sin-itiro Tomonaga）是自己的同班同学，他是20岁，自己19岁，大家一起看川端康成写的《伊豆的舞女》，薰子经常和自己一起手拉着手躺在19岁的床上……

今夕何夕？

汤川觉得有点sentimental，他也很想知道，有着丰厚漆黑的秀发和像鲜花娇美的面孔，眼角处涂抹着古色胭脂红的薰子，现在何处？19岁的邂逅和告别，告别也就是永别，再来也许要在天上团聚。

汤川正在遐想之中，外面进来一个人告诉了他一件可怕的事情：今天清晨，大日本帝国海军的航空母舰舰载飞机和微型潜艇突然袭击了美国海军太平洋舰队在夏威夷基地珍珠港以及美国陆军和海军在欧胡岛上的飞机场……

汤川秀树是一位没有到过欧美留学，而是在日本土生土长起来的理论物理学家。他有很严重的自卑情绪。他害怕地说：“这下完蛋了，我们日本招惹了一个巨人。”

日本在正式宣战之前，就偷袭了珍珠港，引起了美国全社会的同仇敌忾，狮子终于要发怒了。过了4年，专门为日本量体裁衣定做的原子弹就造了出来。

当德国和美国同步进行原子弹的研发，理论物理学家海森堡在技术上的缺点暴露无遗（比如他不认为石墨是有效的减速剂，只能用重水，但重水很难找到），而且令人意外的是，他还算错了原子弹的临界质量，以为大约需要几吨高纯度的浓缩的^{235}U，实际上只需要18到40千克左右。而费米等人，则开始了技术上对炉火纯青的摸索。1939年的时

候，当玻尔坐船从丹麦赶到纽约，把原子核在中子撞击下裂开的消息传递到美国以后，几个在美国的匈牙利人坐不住了，他们是维格纳、西拉德等人，他们渴望联络爱因斯坦，给罗斯福总统建议，抢在德国之前制造原子弹。在这之前美国的惠勒和玻尔用量子理论计算了一下，他们想判断一下^{235}U和^{238}U吸收中子以后哪一个更加容易发生分裂，他们的计算结果是找到了一个关键性指标：吸收中子后的原子核的电荷的平方与质量之比率，比率大容易裂变。^{235}U的该指标比^{238}U的大，所以更容易裂变。第二个因素是原子核中如果有偶数个中子，就会变得更不稳定，所以^{235}U吸收一个慢中子以后变成^{236}U，原子核内有偶数个中子，就会变得不稳定。结合这两个因素，^{235}U适合做原子弹。但^{235}U在天然U矿中的比例大概是0.6%，99%都是^{238}U，因此，需要提炼。

在技术层面上，需要有3个主要的考虑：

1．把^{235}U从^{238}U堆里分离出来——这类似于把铁粉从铝粉中找出来。

2．实现中子的繁殖——首先中子必须减速，因为速度大的中子，波动性小，撞击面就小。而中子速度减小以后，波动性变大，就好像一个乒乓球放大成了一个篮球那么大，容易撞上原子核。其次是中子不能被环境强烈吸收，中子数目就好像混沌动力学中的虫口模型，对环境非常敏感，对于虫子来说，模型表明，环境的微小改变将引起虫子数目的确定性混沌——当然，这又被称为逻几斯蒂模型，仅仅是模型而已。对于中子也是差不多的，很难计算真实情况。

3．制造设计核反应的炉子——如何安放^{235}U块，计算出临界的质量——放置镉棒可以吸收中子，使得核反应可以控制，至少别炸死实验人员。

费米从纽约哥伦比亚大学被集中到芝加哥大学以后，他领导的小组马上实现了受控的核反应。

接着，美国动用全国的人类精英，开始在洛斯阿拉莫斯的寒冷地带

制造实验原子弹。

“二战”打得斗转星移。

物理学的发展也停滞了，一切都要为战争服务。

1945年，苏联红军朝柏林推进，海森堡在研究所里透过玻璃看到惨淡无光的太阳。看到外面是荷枪实弹的警卫，他们奉命可以枪杀任何一个擅自离开岗位的研究人员。

可是，海森堡已经等不及了，因为，如果他再不逃走，也许会死在苏联红军的手里。他不想死在斯大林的手上，于是，决定赌一把。

1．不走，可能死在斯大林手上；

2．走，可能死在希特勒手上。

他选择了走。

他下楼，朝自己的自行车走去……

抬起屁股，他上了车，脚蹬子显得很沉重……

他想骑车赶到慕尼黑的家里去，前面是一个岗哨……

缓慢地移动，离铁丝网越来越近……

“站住！”警卫在背后用枪顶住了自己的腰……，“干什么去？！”

海森堡连忙下车，从上衣口袋里掏出了一根香烟说：“哥们儿，抽烟……”

士兵把枪从腰上移开，接过了烟，打量了一下这个教授说：“老师，您要过去呀……”

海森堡用有点颤抖的手打着了火，给士兵点着了烟，说：“是啊，我过去有点事情……马上回来……”

士兵吸了一口烟，用慈悲的眼光看了他一眼，然后说：“神爱世人……你去吧。”

海森堡慌忙上了自行车，连谢谢也忘了说，飞也似的逃走了。不久，他被从诺曼底登陆的那帮盟军俘虏了。

海森堡傻了，心想，妈的，刚出虎穴又进狼窝。上帝啊，你消遣我

吧？

海森堡被带到了英国的监狱里，他这才意识到，自己在计算的时候漏掉了另外一个可能性。

3．走，死在丘吉尔手上。

（3）

1945年8月6日8时15分，美军一架B-29轰炸机飞临日本广岛市区上空，投下一颗代号为“小男孩”的原子弹。“小男孩”是一颗铀弹，长3米，……

“小男孩”代表上帝和珍珠港死难者亲吻了广岛。

你出现，像一盏灯。

燃烧了，我的瞳孔。

19　原子弹研发与物理学熊市

（1）

1939年1月16日，星期一，纽约的哈德逊河码头繁忙依旧。一艘名叫MS　Drottningholm的轮船正在缓缓停靠向码头，岸边已经站着一个前额高高的意大利人，正在焦急地等待，他的身边站着一个美貌的女子，皮肤黝黑，眼神顾盼神飞，这个女人的身边站着两个孩子。他们正是费米一家，正在这里等待玻尔。

在这一家人的不远处，还站着一个名叫惠勒的美国青年，他也在这里等待量子力学教皇玻尔访问美国。玻尔这次到美国的主要目的是与普林斯顿高级研究所的爱因斯坦探讨铀裂变问题。玻尔也是在1月7日才刚刚听说原子核分裂实验这个事情，当时他与他的儿子爱瑞克正在哥本哈根准备要坐火车去港口城镇古腾堡搭乘MS　Drottningholm号轮船。当时有一个从德国移民到丹麦的年轻物理学家，此人的姨妈物理学家迈特奈（Lise Meitner）告诉他一个消息：德国的化学家哈恩与斯特拉斯曼在柏林的实验室里用中子去轰击铀，却产生了钡元素。哈恩写信给迈特奈描述了这个实验现象，迈特奈于是把这个消息告诉了她的外甥，并且认定这个现象的发生是因为铀原子核发生了分裂。而这个外甥把消息透露给了玻尔。

于是，玻尔带着这个秘密来到了美国，他同时把这个事情写了一篇物理论文投稿给了《自然》杂志，后者在2月就刊登了这个重要的文章。同时他和费米在华盛顿大学举行的一次理论物理学会议上交换了各自的研究心得。在这次交谈中，关于链式反应的概念开始成型。所谓链式反应，就好像点火柴一样，以前面的燃烧产生的热量来启动后面的燃烧过程，类似于一场雪崩。是年3月费米等人进行实验以确定铀核裂变

释放出的中子数目到底是几个：实验结果表明，铀核在裂变时能够释放多于两个的中子，因而铀原子核一个接一个分裂的链式反应应该是可以实现的。至此，在理论上能否实现核分裂链式反应的问题已经得到基本解决。由于纳粹德国也在沿着这一方向进行研究，聚集在美国的各国著名科学家们强烈地预感到，美国政府应该利用这一最新科研成果，开始研制一种威力强大的原子武器，而且必须赶在德国人前面。1941年7月，费米等人在哥伦比亚大学，开始着手进行石墨-铀点阵反应堆的研究，确定实际可以实现的设计方案。

（2）

1941年9月，经过一层又一层的审核，纳粹终于同意海森堡去哥本哈根讲学一周。当然海森堡有一个更重要的任务在身——就是去拉拢刚从美国回丹麦不久的玻尔。这一次会面的真实场景，如话剧《哥本哈根》所讲述，没有人知道了。

玻尔老师和海森堡曾经情同父子，在量子力学创立的过程中两人都作出了杰出的贡献。因此当海森堡在四十岁的不惑之年，再次来到了哥本哈根大学，穿越那些熟悉的研究楼，走过熟悉的饭厅。他的情绪也是非常复杂——因为玻尔的祖国丹麦正被海森堡祖国的军队占领着。

那天晚上，海森堡又来到了玻尔家中，与他长谈。海森堡期望像当年讨论量子力学那样彼此没有什么隔阂，但是时间再也回不去了。玻尔的表情凝重，因为德国人侵略了他的祖国，在全欧洲大肆地迫害着犹太人。

海森堡说："老师，我们的坦克已经兵临莫斯科城下，英国也快被我们的飞机炸平了。您应该加入我们，研制出核武器，这样战争就会很快结束了。当年玻恩教授跑去英国的时候我也被牵连，那时候我没有能力保护他，但是我现在身居要职了，我会用我的身份保护您以及其他的

犹太物理学家。尽管爱因斯坦和薛定谔都走了，柏林还有普朗克先生和劳厄（普朗克的学生，因发明X射线衍射技术获得1914年诺贝尔物理学奖）这样的您的故交，所以请您考虑加入到我们这个阵营吧。”

玻尔沉默了片刻说：“我们只谈物理，不要谈这该死的战争，但既然你说了，我就告诉你我的真实想法。在我看来，这场战争对于你们德国人是复仇般的宣泄，对我们丹麦是彻头彻尾的灾难，我不会选择与侵略者合作。”

海森堡说：“我和我的妻子伊丽莎白不敢想象我们的孩子像我小时候一样饱受战争失败的折磨，我希望德国获胜，越快越好，因此我会全力以赴地为国效力，发展核武器。”

玻尔严厉地说：“好吧，那我们已经无话可说！”

以上是他们会面的一种猜测。

1941年的12月6日，也就是日本偷袭珍珠港的前一天，罗斯福总统下令设置专门机构，以加强原子能的研究。此时，康普顿被授权全面领导这项工作，并决定把链式反应堆的研究集中到芝加哥大学进行。1942年年初，哥伦比亚小组和普林斯顿小组都转移到芝加哥大学，挂上“冶金实验室”的招牌。这就是后来著名的国立阿贡实验室的前身。在芝加哥大学的这个“冶金实验室”里，费米所领导的小组主要是设计建造反应堆。在建造并试验了30个亚临界反应堆实验装置的基础上，最后才制订出建造真正反应堆装置的计划。1942年11月，这个反应堆主体工程正式开工。由于机制石墨砖块、冲压氧化铀元件以及对仪器设备的制造很顺利，工程进展很快。费米的两个“修建队”，一个由津恩领导；另一个由安德森领导，几乎是昼夜不停地工作着。而由威尔森所领导的仪器设备组，也是日夜加班，紧密配合。反应堆一天天朝着它的最终形象增长。为它工作的人们，神经紧张的程度也在增加。虽然从理论上说，他们明白：在这反应堆里，链式反应是可以控制的。但毕竟是第一次，是不是可控还需要用实践来证明。

（3）

也就在这研发原子弹的过程中，物理学也走进了熊市。

1927年物理学的高潮过去以后，到第二次世界大战开始，这中间有10年的黄金时间，到了“二战”时期，物理学也转为战争服务，基本没有大的进展。爱因斯坦和诗人薛定谔依然不相信哥本哈根学派的解释是完备的，在他们看来，量子力学不是一个原理性的理论，而是一种以人为中心的类似于托勒密地心说的理论。可是，地球并不是星星们的中心啊……虽然爱因斯坦一直不相信量子力学是对的，也提出了光子箱来轰击不确定性原理，但这个思想实验又被玻尔用广义相对论化解。在这中间的黄金10年中，唯一值得说的进展，则是狄拉克对磁单极子的研究。

1930年7月31日，一个19岁的印度人，踏上去英国的航程。在那10多天的海上漂流中，钱德拉塞卡把自己藏在下等舱里，趴在床上撅着屁股演算一个关于引力坍塌的问题。

同船的其他人沉浸在美酒、音乐和舞蹈的狂欢中，白矮星的质量上限却被这个少年人的计算最后确定为1.4个太阳质量。继16年前的拉玛努扬之后，印度将再次有人要在剑桥独自舞蹈。钱德拉塞卡到了剑桥大学以后，师从富勒读博士学位——他成了狄拉克的师弟，也算是张宗燧王竹溪的师兄了。

钱德拉塞卡的研究结果就像一本《印度爱经》，西方人看了以后是惊呼怪异。著名的天文学家爱丁顿教授认为，钱德拉塞卡关于恒星引力坍塌的结果，肯定是错误的，因为如果自然界不存在其他力量抗拒恒星的引力坍塌，那么，很明显，巨大质量的恒星会在空间引起一个奇怪的黑洞……

1931年的一天凌晨，狄拉克洗刷完毕后，虽然天才蒙蒙亮，但他决定去大学办公室开始工作了……到了大学，在楼道里刚要开门进办公

室，他看见身边有一个鬼鬼祟祟的印度人，腼腆得很，这个人手里拿着一本书，朝自己诡异地笑了笑，他笑起来有点像释迦牟尼，这让狄拉克感觉很害羞，慌忙也笑了笑，准备掏钥匙……

这个印度人却走了过来……

“早上好，狄拉克博士。”这个印度人过来搭讪了。

“……”狄拉克感觉自己的嘴巴动了一下，却没有声音。

“狄拉克博士，你的讲义《量子力学原理》和牛顿的《原理》一样，都是经典。”这个印度人接着说。

“……”狄拉克抓起了钥匙把手从裤兜里拿出来。

“狄拉克博士，我是从印度来的留学生，我叫钱德拉塞卡……”印度人还是在说话。

“有事？”狄拉克把钥匙插了锁孔，终于微弱地说了一句。

“没有事情。打扰了——您觉得根据广义相对论的引力坍塌以后，会不会引起空间上的一个奇点？一个黑色的洞？”印度人赶紧抛出了一个学术问题，希望打动狄拉克。

“引力坍塌？球对称的吗？不过你好像问错人了，我不是干这个的。”狄拉克这下果然被激活了，多说了三两句，“你的问题很好。”说完，他扭转了一下钥匙，门开了，他进去以后，转身就把门关上了。钱德拉塞卡愣在门口，半天才悻悻地离开，离开的时候他的脚步软绵绵的那么虚弱，好像是空气在推着自己前进。

狄拉克脱掉外套，坐在办公室的椅子上，刚才那个黝黑的印度阿三问的问题却浮上心头。如果大质量引力坍塌真的会形成一个黑洞，那么，人们该如何探测这个黑色的洞？

很显然，这个黑洞会产生引力场，那么，应该可以从引力场的数据中读出引力源（黑洞）的性质。可是，怎么读出来呢？——这问题依然类似于听见鼓的声音来分辨鼓的形状。这个反问题可不简单（黑洞作为一个引力源，可以通过引力场的曲率张量构造一些所谓纽曼-彭罗斯常

数来标记引力源的性质），狄拉克也不能超越时代，他想了半天，觉得自己不懂引力，算了，还是想点量子力学的问题。

好，如果用磁场来代替刚才那个引力场，情况会怎么样？

狄拉克做物理向来是风烟俱净清爽透明的。他的笔在草稿之上从流飘荡，任意东西。磁场如果从一黑洞（磁单极子）发出来，标记为**B**。磁场**B**是一个矢量场。

狄拉克马上下意识地把磁场**B**写成了另外一个矢量场**A**的旋度——虽然他不清楚这样搞是不是真的对。这样，他就有了一个磁单极场，这个磁场**B**跟点电荷的库仑场**E**很类似，它们的散度都正比与原点的狄拉克δ函数。但区别在于，在磁单极场中，**B**是另外一个矢量场**A**的旋度，而是库仑电场中，电场**E**是另外一个标量场的梯度。



狄拉克的墓碑

问题马上就很明显，在磁单极场中，矢量场**A**在球坐标系里怎么也写不完全，在球面上至少有一个点是没有定义的。在整个三维空间中看到，这些矢量场**A**没有定义的点组成了一个从磁单极出发延伸到天空之外的一条弦。（这是数学上没有定义的一条弦，称为狄拉克弦，在物理

上可以通过引入别的坐标系取消，这不是物理奇性，只是坐标奇性。）

狄拉克马上就把量子力学也放了进来，考虑一个电子绕着磁单极子走了一圈。因为电子是不应该撞上狄拉克弦的，但狄拉克弦在空间中如果真的存在，将破坏空间的各向同性，所以，狄拉克弦不应该真的存在。狄拉克引进了另外一个坐标系，把狄拉克弦取消了。

那么，在两个坐标系里，矢量场**A**可以分别定义。

在两个坐标系的重叠区域，任意一个封闭曲线上运动的电子，它的波函数的相位变化应该是不依赖于坐标系选择的。这样很容易就得到：

$$eg=n$$

也就是说，电子电量和磁单极子磁场量子的乘积正比于所有整数。

换句话说，假如

1．存在磁单极子；

2．磁单极子磁场可以写成一个矢量的旋度；

3．空间是三维的。

那么，电荷必须是量子化的。

狄拉克做完这些以后，站到窗口，他看见太阳还在半空中，这是早晨八九点钟的太阳。晨曦之下，刚才那个印度人正在树下拿着一本书，用短小的铅笔头在上面做什么计算……难道那人是在计算引力场单极子吗？

狄拉克陷入了遐思。他感觉理论物理学的很多问题已经被解决了，自己也正在变老。也许，物理学的熊市要来了！

20　枪手，猫论

（1）

1933年的一个夜晚，荷兰。

性都阿姆斯特丹的凄迷灯光照亮了街道，大雨滂沱已哭成一个泪人，蓝色的油纸伞下，一个50多岁的小矮个子步履有些蹒跚，他把伞压得很低，路人无法看到他的那双带着雨水的迷离眼神……他好像踯躅不前，似乎有什么心事，只有他自己知道，他的裤兜里有一把左轮手枪。

“喂，进来！”路边妓院里的小姐冷冷地打招呼。

埃伦费斯特教授偷偷地看了一下妓院门口的花灯，艳丽得像在流血。她在朝他勾手。埃伦费斯特把脸转向地面，看见地上雨水冒泡，好像是一个饥渴的路人在喝水一样……埃伦费斯特咽下一口唾沫，他下意识地摸了一下裤兜里的左轮手枪，步履匆匆朝下榻的旅馆走去……他的小儿子正在旅馆里。

埃伦费斯特悄悄地打开了旅馆的房门，看见房间里凌乱不堪，自己的小儿子正一丝不挂地站在凳子上仰望着天花板。小儿子低头用发散的瞳仁看了埃伦费斯特背后的墙壁一眼，骂道：“畜生！”

埃伦费斯特没有应声，因为他的这个儿子有精神分裂症，脑电波是一根比较平坦的直线，不像正常人是一根混沌起伏的曲线，因此打人骂人是经常的事情。

小儿子从凳子上跳下来，踹了埃伦费斯特一个屁墩，一下就把埃伦费斯特踢倒在地上，他高声嚷道：“call me god！”

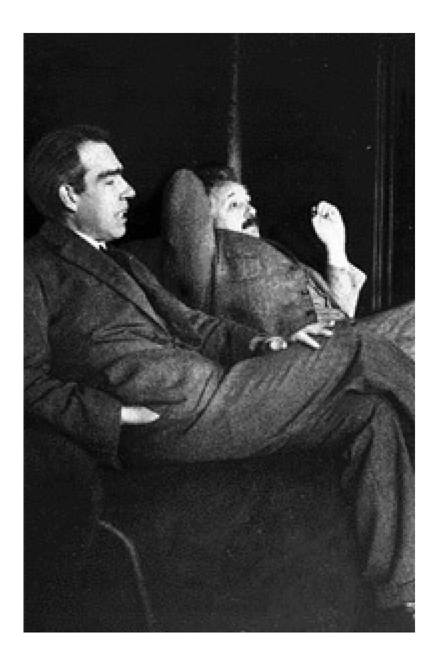
埃伦费斯特躺在地上，裤兜里的枪也掉了出来，他拿起枪。

“上帝啊！主啊！我埃伦费斯特到底做了什么孽！”埃伦费斯特把枪对准了儿子的肚子，眼泪和脸上还没有干的雨水似乎夹裹了整个天地。

埃伦费斯特从地上爬了起来。

突然，他转身把床上的棉被拿起来，猛地裹住了儿子的脑袋。

枪声响了。



埃伦费斯特所拍摄的照片：玻尔和爱因斯坦在埃伦费斯特家里，左为玻尔

他的儿子头颅中弹，躺在了血泊之中……

埃伦费斯特跪倒在地上，看见儿子已经死了，抹了一把眼泪，用颤抖的手把枪口对准了自己的太阳穴。

在临死之前，他多么想再看一下这个花花世界，从维也纳走到阿姆斯特丹，自己花了一辈子的时间，命运起伏跌宕，多么不易。

但现在时间已经不多，他要解脱了。他想起的第一个人，是自己年轻时代的老师玻耳兹曼，那个自杀的统计物理学家——当时他在维也纳大学上课的情景历历在目，他跟随玻耳兹曼学习热力学中的分子运动论。

外面漂泊的大雨正在打击窗户，上帝似乎正在窗外窥探，埃伦费斯特朝窗口打了一枪。

玻璃落了下来。

埃伦费斯特朝自己的太阳穴开了一枪……世界安静了。

埃伦费斯特的死在物理学界一石惊起千层浪，连爱因斯坦也暗地里淌泪。爱因斯坦还能记得自己当初在德西特教授的家里和埃伦费斯特开怀畅饮的情境。德西特解出了爱因斯坦引力方程的一个解，这个解能够描述的宇宙的尺寸随着时间指数膨胀——这个宇宙空间是运动的，而且是真空的，遥远的物体所发出的光的波长会被拉长，颜色会变红——后来这个宇宙模型被埃伦费斯特的一个叫弗里德曼的俄国学生推翻，后者也得到了一个膨胀的宇宙解，这是后话。埃伦费斯特带的两个学生发表了电子自旋的文章。虽然爱因斯坦也被这些事情搞得稀里糊涂的，刚体才会旋转（刚体自转的运动一般情况下运动方程是解不出来的，被称为不可积的），而电子好像是一个没有大小的质点，怎么会自旋呢？但也许这就是荷兰的物理学家最杰出的工作了。

（2）

早在1913年的秋天，斯塔克（Stark）的发现在物理学家中间引起了另一次轰动：他发现了电场对氢谱线结构有影响。卢瑟福从普鲁士科学院收到斯塔克的论文后，立刻就给玻尔写了信："我认为时机已到，您现在应该针对塞曼效应和电效应写一些东西，如果有可能将这些效应和您的理论调和一致的话。"

玻尔响应了卢瑟福的挑战，尝试着仔细考察了这个问题，而且很快就弄清楚，在电场的效应和磁场的效应中，必须处理两种很不相同的问题。

关于塞曼（Zeeman）效应在1896年就有洛伦兹和拉摩尔的解释。而所谓反常塞曼效应的出现却带来一些新的疑难；只有在10多年以后，当线系谱中各谱线的复杂结构被追根到一种内禀性的电子自旋时，这些疑难才算得到了解决——这里面也有埃伦费斯特的功劳，没有他的支

持，他的学生是不敢发表这个在当时看起来离经叛道的假设的。然而，在电场的情况下，不能预期谐振子发射的辐射正比于电场强度的效应，从而斯塔克的发现就肯定地排除了将电子的弹性振动看成线光谱的起源那种通常的见解。但是，对于电子绕核的开普勒运动来说，即使是比较弱的外电场也会通过久期微扰而使轨道形状及轨道取向发生相当大的变化。通过研究轨道在外场中仍为纯周期性的那种特例，有可能应用和适用于未受扰氢原子之定态的那种论证类型相同的论证，来推求斯塔克效应的数量级，特别是解释该效应在氢光谱线系中从一条谱线到下一条谱线的迅速增大。但是，这些考虑很显然地表明，为了解释现象的更精致的细节，原子体系的定态分类方法还是发展得不够的。

如1916年索末菲（Sommerfeld）在他的著名论文中所证明的，角动量和径向运动作用量的分别量子化，可以详细地解释所观察到的氢原子光谱和氦离子光谱中各谱线的精细结构了。索末菲通过熟练地应用多周期体系的量子化方法，他们已经能够完全符合于观察结果地通过并合而得出氢谱线的分解的谱项。这种方法和埃伦费斯特为了适应热力学的要求而在1914年表述的定态浸渐不变性原理是相容的：各个量子数按照古典力学的作用量积分，并不会因外场的改变而改变，如果这种外场的改变比体系的特征周期变化很慢的话。

虽然埃伦费斯特有不少在物理学上的贡献，但总的来说，埃伦费斯特似乎依然是一个不被世人理解的人。

泡利与埃伦费斯特是朋友。在他们第一次见面时，埃伦费斯特说："我喜欢你的物理胜过喜欢你本人。"

泡利说："我的感觉恰好相反。"

其实，埃伦费斯特是一个真正的传奇。埃伦费斯特发现了一件很重要的事情：如果量子力学真的是万能的，那么，地球是围绕太阳公转的一个在椭圆上运动的波函数。但埃伦费斯特发现，这个波函数必然会扩散到全空间——也就是说，量子力学描述中，地球作为一个波函数不可

能不爆炸开来。这就是著名的埃伦费斯特扩散。

（3）

红尘任他凄凉。

埃伦费斯特永远离开了。但埃伦费斯特的问题留了下来：如果量子力学是万能的，那么地球是一个波函数，根据埃伦费斯特扩散，随着时间演化，地球要在全空间弥散开来——因为地球处于太阳的万有引力场中，而这个引力场是平方反比的牛顿引力，因此，地球的哈密顿算子下波包的演化必然要扩散。

但地球现在一直好好的，并没有扩散到全宇宙空间，因此，量子力学不可能应用到宏观的天体力学问题上，这简直已经是显然的。量子力学在微观世界是一个很好的描述，为什么在宏观世界就不行了呢？到底哪里出了问题？埃伦费斯特走了以后，没有人再思考这个问题。因为冯·诺伊曼写了一本量子力学的书，论证说量子力学在数学上是完备的理论。（后来才被发现，冯·诺伊曼犯了一个很低级的数学错误，那就是他居然认为两个算子和的期待值等于期待值的和，其实〈A＋B〉＝〈A〉＋〈B〉对于A，B不对易的时候并不成立。）

薛定谔深刻地感受到了其中的悲哀。他的脑子也有点乱掉了，他无法看到那些乌云之上的阳光——作为一个诗人，他能看到的量子力学是一片无边的荒漠里的一个孤坟，早已经死亡，独留青冢向黄昏。

只不过他也并不确定量子力学能不能应用到宏观物体，于是，脑子很乱的他一心只想着把事情搞砸，让玻尔他们下不了台阶。于是，在1935年，也就是埃伦费斯特尸骨未寒的两年里，他得到了另外一个版本的故事——薛定谔的猫论。薛定谔的猫基本阐述是这样的：“设想有一个箱子，里面有一只活猫。一个装有镭的容器及一个装有氰化物的小瓶也放在箱子之中。镭原子会发生衰变。在这个装有活猫的密闭的箱子

里，如果镭发生衰变，会打碎瓶子，使氰化物从小瓶之中释放出来，从而杀死猫；如果镭不发生衰变，小瓶也不会破碎，猫会活下去。按照哥本哈根解释，在打开箱子看猫的死活之前，猫既是死的，也是活的，因为两种可能性都存在。而且，箱子中的猫会保持这种既死又活的状态，直到有人打开箱子，发现猫要么是死的，要么是活的为止。”

其实，猫这样的宏观物体根本就不可以简化为一个波函数来描述，在量子世界里，猫与地球一样，都是很大很大的宏观对象。

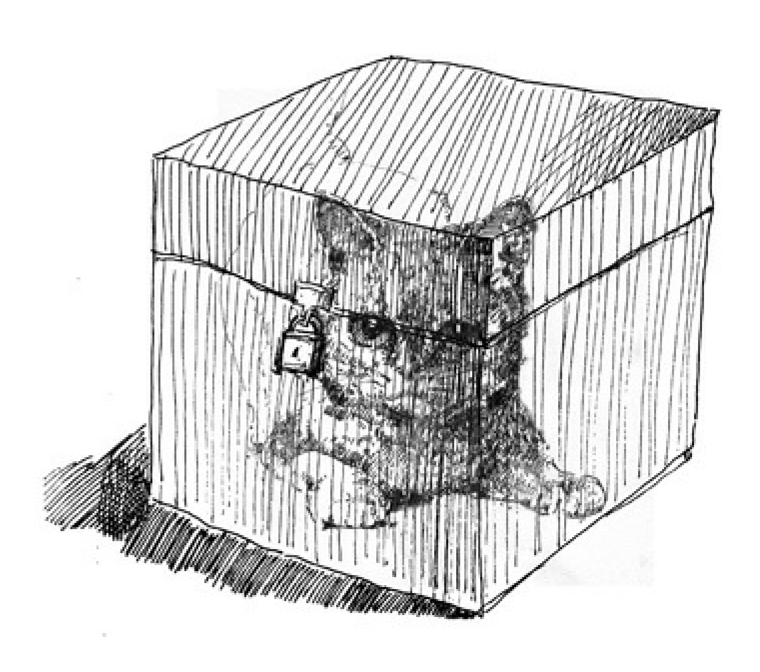
不过，薛定谔也不是傻子，他这样搞只不过是想吓唬吓唬玻尔、海森堡那些他心目中的庸俗量子物理学家，因为后者声称量子力学太完美了。薛定谔是一个诗人，审美与别人迥异，别人都说一个东西好的时候，他一定会觉得这个东西是庸俗不堪的。

薛定谔把猫从他的笼子里放出来，果然很有效果，这个猫像疯狗一样咬人，连海森堡也不知道怎么用哥本哈根解释来描述这个疯猫了。

薛定谔太高兴了，因为他知道海森堡他们已经在量子力学道路上走火入魔，根本不可能意识到，猫这样的宏观物体，也许不可以用波函数来描述的。海森堡之流，就好像是《天龙八部》里的纠摩智，为了练六脉神剑，已经得了抑郁症。真是可笑啊。

薛定谔早已经构造了一个不扩散的波包，不过不是在平方反比引力场中，而是对于弹簧振动，他可以构造出一个量子力学波函数（称为相干态，在空间上具有高斯分布的形态，在经典物理中，孤立子就是不扩散的波包，这其实是一种扩散和凝结相互平衡的能量状态），这个波函数描述的弹簧振动确实有一个不扩散的波包。

薛定谔做完这些，感觉无人喝彩，空虚彻入骨底。他也无所谓，转身去找他的情人了。



薛定谔的猫　绘画：张京

21　在战后的废墟上

（1）

到了1942年，薛定谔已经不仅仅沉迷于乳房研究，他已经老了。对自己的一辈子有了很好的评价：

重剑无锋　大巧不工　四十岁前恃之横扫天下

四十岁后　不滞于物　草木竹石　皆可为剑

作为一个55岁的人，他已经可以拿起草木竹石当武器了，他不想再使用重剑（薛定谔偏微分方程），但他发现，简谐振动的能级可以用代数解答写出。什么叫代数呢？

就是没有微积分的数学演算。比如因式分解（草木竹石）。

$H=X^2+P^2$可以被因式分解为

$$H=(X+\mathrm{i}p)(X-\mathrm{i}p)$$

其中$\mathrm{i}=\sqrt{-1}$。他换了一个记号，记

$$A=X+\mathrm{i}p$$

解出了能级以后，还可以检验A|乳房＞＝a|乳房＞成立。在这里的乳房，就是一个永不扩散的波包。

A被称为湮灭算子，因为这个算子对真空态的作用为0。

（2）

在“二战”之中，这一点已经快被忘却。

战争终于快结束了，希特勒也快消失了。在美国，有一个纽约客，在一个野鸡大学读书，天空整天灰蒙蒙没有未来，这个人叫施温格。他非常神奇，数学水平很高，动辄就能写出300页的数学论文，他没有得

到学士学位之前就已经写完了博士论文，没有人怀疑他比他的同学费曼要聪明一些，简单地说，施温格是量子电动力学的奠基人之一。他后来能模仿薛定谔的手法，能把泡利的自旋角动量SU（2）代数也用类似的方法实现出来。

随着战争的结束，渐渐地，物理学的熊市正在复苏，有了一些量子电动力学的萌芽。量子电动力学是战后的新一代人建立的，他们是朝永振一朗、费曼、施温格（Schwinger）、戴森、朗道。施温格和费曼一起发现了量子电动力学。已经说过，施温格十几岁时混得并不好，就在纽约一个社区大学混日子，但有一天著名物理学家拉比（I.I.RabiI）和另一位物理牛人在谈论量子电动力学的问题，施温格插话了，“这个少年尖锐的发言结束了这场争论”。拉比托关系把他招进纽约的哥伦比亚大学，从此施温格结束了他的山寨物理学生活，开始了顺风顺水的学术研究……施温格以超强的算功闻名。有段时间，施温格在奥本海默那里干活。有两个年轻的物理学家来找奥本海默请教一个问题。奥本海默就告诉他们这样这样算，回去自己算吧。当天施温格狂算了一个晚上，最后就把结果写在一破纸上，塞到一口袋里。过了五六个月，那两个人回来了，高兴地把结果拿给奥本海默看，奥本海默就对施温格说你不是早就搞定了吗，你去对一下。施温格就回去把所有的衣服翻了个遍，终于找到了那个小纸团。对了一下，回来告诉大部分是对的，只差了一个因子。施温格的工作时间和其他人是正交的。一般他下午5:30去办公室，那时候别人都回家了。所以如果有问题，总是留个条子在他的桌上。一次一个物理学家不太懂贝塞尔函数，就留个条子在他的桌上。第二天这个物理学家发现一本40页的答案。但是他发现这个结果没有物理意义。就又留条子问施温格你是不是弄错了？施温格自信地说没问题。这哥们只好自学相关的数学，好长时间自己也弄出来了。再对比了一下施温格的答案，发现施温格用错了一个公式。这事很丢面子，于是施温格恼火地说：“下次再也不到书上抄公式了，用什么公式之前一定自己先推导

一遍。”

朗道等人在莫斯科发现，对于可重整（就是可以想办法把无穷大发散的问题通过掩耳盗铃的方式忽视）的量子电动力学来说，也存在其他的困难，那就是相互作用的耦合常数随着能量的增加而变大的过程之中，在能量大了一个有限数值的时候，耦合常数就已经是无穷大了。这个时候的能量，被称为朗道极点。换句话说，在这个有限能量之上，量子电动力学就会失效。因此，反过来也可以说，朗道极点以下能量范围内的量子电动力学，是一个物理上有效的理论。耦合常数依赖于能量这个观念是重整化群的基本观念。耦合常数表示的是相互作用的强度，就好像是一男一女两个人相互交往的亲密程度的表征，这个亲密程度并不是一个常数，一开始的时候，能量比较低，男方一般会送女方玫瑰花，女方也会送男方巧克力之类，这时候的花费大约在100元这个数量级上，但随着两人亲密程度的增加，所需要的能量也在上升，最后发展到买钻戒，需要大概10000元了，而关系最亲密的时候，则需要很高的能量，那就到了谈婚论嫁的时候，这个时候所需要买的房子，大约需要1000000元了。朗道他们所发现的极点说明了一个现象：只需要有限的钱，这男女的亲密关系就已经到了无穷大的程度了。

这在物理上是有点说不过去的。

外一篇　早期量子场论简史

在1926年，在关于点粒子的波动力学刚刚建立之后，出现了O.克莱因，B.A.福克和W.高登的致力于波动方程之相对论推广的文章。克莱因利用了五维抽象空间的方案。在福克的文章中，五维空间也起了同样的作用。1927年，狄拉克发表了一篇《辐射的发射和吸收的量子理论》的著名论文，首先对原子与辐射场的相互作用进行系统而精细的研究，表明通过薛定谔方程不仅可以把量子力学用于原子，而且还可以用于辐射

场。

那么，如何把一个场量子化呢？

根据德拜在1910年提出的设想，狄拉克把自由空间中的电磁场当作为一种量子化的振动过程。于是，电磁场可以按本征振动模式作傅里叶分解为无穷多个不同频率的简谐振动，每种简谐振动模式都具有一定的波矢量、频率和偏振方式。在自由空间，电磁场可以看作是无穷多个没有相互作用的谐振系统，每一个谐振子都对应于一个满足薛定谔方程的本征振动模式。

1928年，约旦和维格纳在研究费米子场的量子化时，将这种方法又应用到电子上，按上述要求提出了电子场的量子化方案。同年，狄拉克推广了约旦等人的技术，提出了一个用谐振子系统表述电磁场的量子化程序，引入了量子场论中的产生与湮灭算符，以及二次量子化方法。

随后不久，约当指出：狄拉克的产生与湮灭算符技术不仅适合于光子一类的玻色-爱因斯坦系统，而且适用于费米-狄拉克系统。

量子场论实质上是无限维自由度系统的量子力学。它给出的物理图像是在空间充满着各种不同物质的场，它们相互渗透并相互作用着。场的激发态即为粒子的出现。不同的激发态，则表现为粒子的数目与状态的不同。场的相互作用又可以引起场激发态的改变，这就表现为粒子的各种反应过程。在考虑相互作用后，各种粒子数一般不守恒，因此量子场论能很好地描述原子中光的自发辐射与吸收，以及粒子物理学中的各种粒子产生和湮灭的过程。

现在，我们转向曾使量子电动力学遭受灭顶之灾的无限大问题。

首先美国原子弹之父奥本海默证明：用形式上协变与自洽的海森堡-泡利理论，来计算原子能级的相对论修正项时，会得到正比于 $\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}k}{k}$（对数发散）的无穷大。而当计算电子在自场中的自能（至第

二级）时，也得到一个无限大的结果： $\int_0^\infty k\mathrm{d}k$ （二次发散）。

对于发散问题的系统研究，始自20世纪30年代中期。狄拉克与海森堡证明：空穴理论中的某些无限大可以一致地加以消除，以产生一个形式上洛伦兹不变的理论。海森堡所采取的方法就是对电子的电荷“重新定义”。

粒子自能无限大的问题在经典的洛伦兹理论中就出现了，因此洛伦兹给电子指定了一个有限的半径。

韦斯科夫证明：空穴理论的自能只是对数发散，这种发散存在于精细结构常数α（$2\pi e^2/hc\approx 1/137$）的一切级别中。这就是说，进入更高级项不会产生新的发散。贝特在这基础上提出了质量重整化程序，而且推广到具有相对论效应的场合中。自由电子的电磁质量，和电子本身所引起的场的能量成正比；这种场就是虚光子云。束缚电子的电磁质量可能是无穷大，因为当电子没有广延时它所发射和吸收的虚光子可以有无限大的频率；但是光子能量越大，它的辐射与吸收对外场的依赖就越小，所以当它在外场影响下被改变了的那部分电磁质量却是有限的，总体上表现为有限的电子质量。

除了上述在$k\rightarrow\infty$时出现的“紫外”无穷大之外，在计算中还出现另一类无限大，叫做“红外”发散，因为它出现于$k\rightarrow 0$的极限情况中。布拉赫（Bloch）等人发现：这类发散准确地跟包含有一个多余的终态低能光子的康普顿散射项相抵消，而且，在α的级别上，发生着这样准确的抵消。于是，红外发散问题就解决了。

1940年，泡利给出了自旋与统计法相关性的证明，盖棺论定地对场的量子化提出了清晰的要求：要求用对易子去使整数自旋场量子化，而用反对易子去使半奇整数自旋场量子化；否则，将会导致矛盾。

后来，施温格与朝永振一郎为消除二级修正项中的无限大提供了一个重整化程序的形式表述。与此同时，费曼发展了一种便于计算的图形

技术。戴森证明了上述两种表述方式的等价性，同时也论证了重整化程序不仅对于二级项而且对于一切级别均有效。

第一部分附录

1．聊聊氢原子

氢原子看起来非常像只有一颗行星的太阳系，尽管从量子力学的眼光来看，那唯一的一颗电子并不像地球绕着太阳转一样有着固定的轨道。

众所周知，氢原子核外的电子在原子核的电磁引力（而不是万有引力）作用下绕核运动。并且由于库仑力和万有引力形式上都是平方反比力，你很容易想象，也许电子就像行星一样绕着原子核作椭圆运动。“这是开普勒第一定律，只不过这个‘恒星’小了点罢了。”你也许会这样说。开普勒是17世纪最伟大的天文学家，他给出一个定律，说的是在平方反比引力的作用下，质点将作圆锥曲线运动——这个定律可以通过微积分在数学上给出证明。因此，当卢瑟福在20世纪初提出氢原子的“太阳系”模型之后，大家都觉得没有什么不妥。难道不是吗？太阳系这样庞大的结构，竟然和微乎其微的原子结构是一模一样的！我们在探索这个世界大尺度结构的同时，发现物质的基本结构和它如此相似，从哲学的角度来说这是合理的，所谓“一花一世界”，当然大家认为它是对的。

那个时候还没有量子力学，就连量子力学的主要构建者海森堡也还只是一个研究生罢了。好吧，大家就按照研究太阳系的方法研究氢原子，看看这最小的“太阳系”有着怎样秘密。

首先，核外电子当然是绕着原子核作椭圆运动，并且和开普勒第三定律说的一样，它转一圈所用时间的三次方正比于这个椭圆半长轴的平方。那么，这样的话电子应该作加速运动，按照麦克斯韦的电磁理论，它就会发射电磁波、损耗能量，进而落到更接近原子核的轨道上……如

此反复，根本就不可能存在稳定的原子啊！这里我们要想到一点，地球也在作加速运动，为什么地球就能不发射电磁波，从而日复一日，年复一年地绕着太阳一直转？那是因为地球所带的正电荷和负电荷一样多，整体呈电中性；可是电子阴阳失调，只带了一个负电荷，因此呈负电性，从而会发射电磁波。这样一来，人们发现氢原子并不像太阳系这么单纯，其背后一定隐藏着不为人知的秘密。

最先解密的人是丹麦物理学家玻尔，许多人认为他是爱因斯坦一生的对手：他们在同一年领取诺贝尔奖，却为了量子力学吵得不可开交。那时候的玻尔还很年轻，他恰好在卢瑟福的实验室工作。他奇迹般地想到，电子绕原子核运动的轨道可能不是连续的，这样就能解释氢原子光谱问题。实验中发现，氢原子的光谱并不是连续谱，而是一条条分立的谱线。这很容易理解：地球绕太阳转的轨道如果更近一点，它的能量就比原来要降低一点；如果地球轨道的半径可以连续变化，那么这个能量值也能是连续的数值。可是氢原子外边的电子却不是这样，分立的线状光谱表明原子的能量只能是分立的数值，从而说明电子的轨道半径也只能是某些特定的数值。玻尔提出这样的假设：①原子只能处于一系列不连续的能量状态中，在这些状态中原子是稳定的；　②原子的定态是不连续的，因此电子的可能轨道的分布也是不连续的。这样的理论无疑在轰击经典物理学的大厦，而且它和人们的直觉是格格不入的。试想一下，它相当于说存在一根弹簧，它只能拉出10厘米、20厘米的伸长度，而不能拉出15厘米的伸长度——但是从直观的角度来看，我们必须先拉长到15厘米才能进而到20厘米！

其实我们还是可以接受这些“不连续”的概念的。设想一下，在一根琴弦上振动的波，琴弦的长度一定是半波长的整数倍；在电脑里传输的数据大小，也一定是1Kb的整数倍。甚至我们可以想象，现在流通的最小面值纸币是一角钱，如果你遇上一个乞丐并且善心大发想给予施舍，你一定也只能给一角钱的整数倍。如果你把一角钱撕成两半，然后给乞

丐其中之一，那么乞丐一定不会鸟你——在这里，钱就是能量；那个乞丐，就像那颗只接受特定能量值的电子。

玻尔看着自己的两个假设，惊呆了。但是由玻尔假设可以很容易推导出光谱学中很重要的巴尔末公式，它精确描述了氢原子的一族谱线规律。于是玻尔得到大家的赞许，被邀请到各个地方演讲他的新理论。和现在的讲座一样，一百个听众里只有一个听众是认真去思考的，只有一个人敢和演讲者分庭抗礼。而玻尔在哥本哈根就遇上了这么一个愣头儿青——凡尔纳·海森堡。后者当时只是个二十出头的年轻人，跟着他的老师来打打酱油，却在观众提问环节问了玻尔一个很难回答的问题："伟大的玻尔教授，请问电子在两个轨道之间跃迁需要的时间是多少呢？"玻尔被难住了，尴尬地下不来台，但是玻尔毕竟是玻尔，一个有经验的演讲者，他如是回答："这是个好问题，年轻人。"现今很多教授都学会了用这招来逃避尖锐的提问，但是他们却没有学会玻尔的谦虚。在会后，玻尔邀请海森堡一起散步，允许他进一步阐述他的想法和所提的问题。

海森堡是幸运的，他想到一个更基本的问题。

根据一些文献的记载，海森堡称那次散步使他"开始了科学生涯"。一个人的成功，和时代背景分不开。而海森堡和一个完美的时代邂逅了——开尔文勋爵所说的经典物理学的大厦上空的两朵乌云电闪雷鸣，经过这几年的发展，这座大厦成为危楼，即将坍缩；所有人都在等待着救世主的降临。在这个时候，海森堡遇到了索末菲，认识了玻尔，而且对量子论发生了兴趣。因而，这次散步，从科学史的角度来说，也开启了一个时代！

那一年海森堡才20岁，许多中国的年轻人20岁的时候还在读本科二年级，但是海森堡却已经是索末菲的研究生了。年轻者无畏，海森堡很有自己的想法，他思考着玻尔的量子论，试图用更加基本的理论取代它。"当电子从一条轨道跳跃到另一条轨道的时候它在做什么？"海森堡

思索着，“怎么知道电子一定作圆或椭圆运动呢？”在前文我们说过，电子受到原子核的库仑力作用类似于地球受到太阳的万有引力，因而根据牛顿力学定律我们马上就可以知道电子做的只能是三类圆锥曲线运动。当电子没有脱离原子核的束缚，那就应该是作圆或者椭圆的运动了，进而我们才能讨论电子的轨道。“可是，”海森堡想，“如果换一个角度去看，会怎样呢？”海森堡指的是与牛顿力学体系齐驱并驾的另一个经典力学体系——分析力学。

分析力学很难说不是数学的一个分支，建立它的两个重要人物拉格朗日和哈密顿都是数学家。拉格朗日更是说他是在试图把力学变为数学分析的一个分支上建立了这门学科。因而，分析力学比牛顿力学更玄一些，对于那许多左手就能写出牛顿方程的聪明少年而言，这真是引人入胜。在分析力学的哈密顿形式里，把描述物体运动的物理量扩展为两个，即广义动量和广义坐标，从而把一个二阶微分方程（牛顿第二定律的方程就是一个二阶微分方程）降为两个一阶微分方程。在它的体系里，认为坐标和动量是平权的，是一对共轭的正则变量。因而我们再来描述体系的运动状态，是在横坐标表示广义坐标，纵坐标表示广义动量的相空间内用一个点来表示——这有点类似于大家学过的s-t图或者是v-t图，但是这个更为深刻一些。

总之，我们现在从分析力学的角度去看氢原子电子的运动，我们有一对正则变量：电子的坐标，电子的动量。哦，不对！我们能不能同时拥有电子的坐标和电子的动量？这在经典的世界看来是可以的。但是，在量子力学里，这恰恰是区别于经典的关键。试想像电子这样小的东西，还在运动；当我们测量它的坐标的时候就会给它无法避免地施加一个影响，这样就会改变它的动量；当我们测量它的动量的时候，同样会给它施加一个影响，就会改变它此刻的位置。因此，我们根本不可能同时拥有电子坐标和动量的准确值！

哦，这个想法真是太大胆了。如果按照这样的观点，电子就不会有

所谓的“轨道”，汽车也没有办法避免逆行，每个人也没有办法把自己摆在正确的位置上，世界乱了套。就在我们一筹莫展的时候，一个常数h现身人间拯救世界。

h是普朗克常数，它是一扇分隔经典世界和量子世界的大门。海森堡发现了量子世界的一个公式

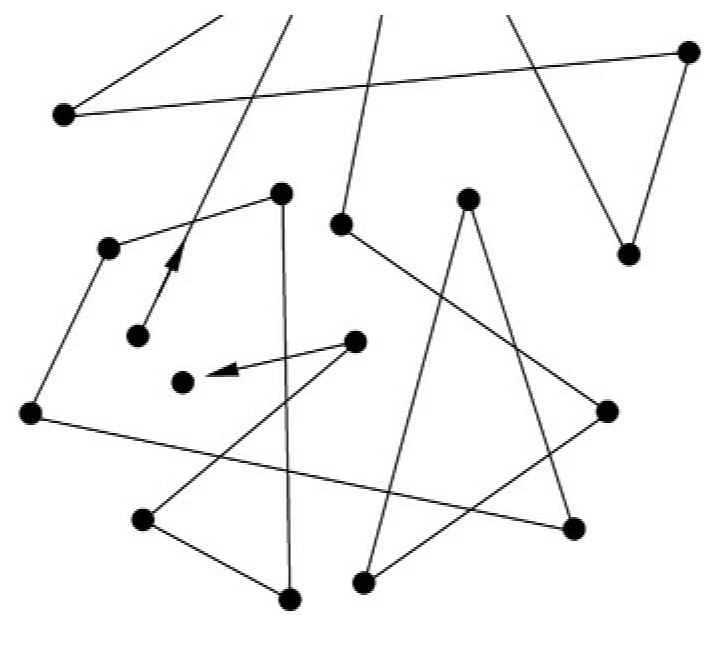
$$[x,p] = xp - px = \frac{ih}{2\pi}$$

此公式称为基本的对易关系。根据量子力学原理，可以推导出不确定关系

$$\Delta x \cdot \Delta p \geqslant \frac{h}{4\pi}$$

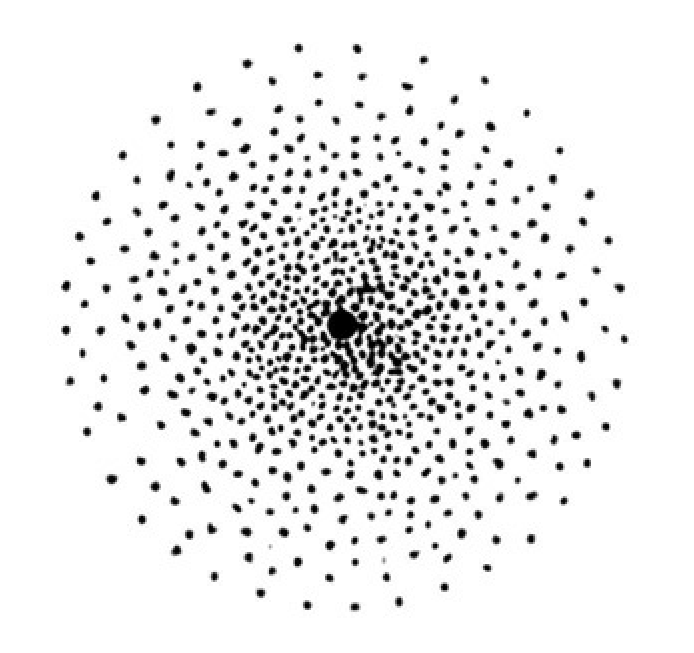
这第一个式子我们看到氢原子坐标和它的动量的乘积得到的东西跟它俩的顺序有关系，第二个式子可以看出坐标的变化量和动量的变化量不能同时为零。如果量子世界满足这样的数学，那么上文的结论“我们根本不可能同时拥有电子坐标和动量的准确值”就是正确的。但是这样也不会引起车辆逆行、世界混乱的结果，因为普朗克常数实在是太小了，它的值是6.6260693×10^{-34}J·s，如果我们计算一颗子弹的不确定度，那就小得多；但是如果我们计算氢原子电子的不确定度，那就是可以和氢原子电子大小相比拟的数值了。因此，普朗克常数的出现，使得人间重现光明与秩序。

实际上，使得我们更加愿意相信电子是没有按照一定轨道运动的理由，是我们从来没有在实验中观测得到电子的轨道！我们总是在这一刻发现电子大概在这个区域，下一刻却跑到了另一个区域，局域地看，它似乎是在作杂乱无章的运动。



布朗运动

但是如果叠加了大量的数据，我们就能发现它出现在某些区域的概率特别大，而在某些区域出现的概率几乎是零。



（注意图上只有一个电子，那么多的点实际上是每次电子位置的叠加）

因此，海森堡认为我们必须放弃“电子轨道”的概念。他像“王”一样地宣布：“从今往后，我们只相信实验观测到的物理量。而对于那些臆

想出来的东西，我们一律摒弃！”整个物理学江湖为之震撼！一些江湖大佬纷纷质问他，什么是需要丢弃的呢？是速度、是加速度还是力？海森堡登上主席台，神色坚定地说：“经典物理里可观测量在量子力学实验中测得的都是平均值！”海森堡进一步阐述他的想法：“量子力学里，力学量要用算符来代替。因此，电子只是概率地出现在氢原子周围，并没有确定的轨道。”海森堡接着用它的理论做了一些计算，完美地解释了一些现象，得到大家的信服。

但是，就连海森堡本人也不知道他“创立”的量子力学所用的数学是什么，怎么会有xp－px不等于0呢？如果这是两个数的话，无疑是令人难以接受的。现在上过大学本科学理工的同学都能知道，如果x和p是两个矩阵的话，它们之间有这种关系真是太正常了。但是，那个年代的物理学家，学过线性代数的寥寥无几，所以作为一流的物理学家，海森堡不知道这就是矩阵的乘法也不足为奇。而且更令他骄傲的是：“我虽然没有学过矩阵，但是我却可以创造我需要的矩阵！”物理学家的神奇，有一点在于他可以天马行空，可以发明和创造自己需要的一切武器，比如牛顿发明微积分。直到后来海森堡拿着他的理论去见他的一个长辈——也是很牛的物理学家波恩——波恩见多识广，告诉他这个东西叫做矩阵，你去看线性代数的书吧。后来海森堡靠着这一数学手段，成功开辟了量子力学的一条途径，矩阵力学。

但是，任何一个本科学量子力学的中国学生，他更为熟知解决氢原子问题的方法不是来自矩阵力学（我们管他叫做代数解法），而是从薛定谔方程出发，解这个微分方程。薛定谔的这条通往量子力学的道路，我们称为波动力学。

其实，薛定谔的出发点也非常简单，甚至比海森堡要容易一些。xp不等于px，那么如果你不知道矩阵的乘法具有这种性质，那么即使你是一个小学生，你也能想到如果x表示＋号，p表示×的话，那么先加后乘和先乘后加之间一般也是会有差别的。薛定谔的波动力学就是这个样

子，只不过他更深远一些，他认为像坐标、动量这些力学量在量子力学里可以是算符，比如动量就是偏导数算符（坐标表象）。这个时候他看到一个年轻的博士生写的论文，讲的是不仅电子具有波粒二象性，任何物质都有波粒二象性，只不过由于普朗克常数的限制，大物体的波动性不易表露出来。于是薛定谔信手拈来，在阿尔卑斯山的落日余晖中写下了人类历史中非常重要的一个方程——薛定谔方程

$$\left(-\frac{h^2}{2m}\Delta^2+V\right)\varphi = \mathrm{i}\,h\frac{\partial\varphi}{\partial t}$$

这里φ叫做波函数，他一般是关于位置和时间的函数，它模的平方就是在某时刻某个位置测得粒子的概率。如果没有学过高等数学，我们看着这个方程有些头疼，可能隐约会觉得美丽，更多是觉得一头雾水。其实这个方程并不困难，不管是从形式上来看还是从作用上来说，它都只是量子力学的牛顿第二定律F＝ma罢了。 $-\frac{h^2}{2m}\Delta^2$ 这一项代表粒子的动能，V则是粒子所处的势能。总之，不管怎样，薛定谔写出了这个方程，并没有证明它（在量子力学里，这是一个假设，不能被证明），但是根据这个公式计算的一些结果，却与实验数据吻合。其中就包括氢原子。

2．海森堡的墓碑



3．尾声：测量光谱和波恩的彩虹

总的来说，量子力学波函数的概率解释归功于波恩，他用彩虹把量子世界和经典现实世界连接起来。

（1）

夏天的雷雨后，或许可以看到天空中挂着一道彩虹。旖旎的山水风光和天际的彩虹，似乎在告诉人们，生命是多么的短暂，一生都应该像彩虹一样绚烂。彩虹一头连接着天穹，一头弯向大地。

在量子力学和现实世界之间，同样需要一道彩虹，这道彩虹就是波恩（Born）。我们可以再谈一点测量光谱的问题，来看看测量为什么那么重要。

这个世界，是非常模糊的，如果不仔细思考，不仔细分辨，直观主义会带来足够多的误会。梁实秋曾经问过“有一件事情，男人站着做，女人坐着做，小狗跷着一条腿做”。这是一件什么事情？梁实秋说，这件事情是握手——这个答案是具有技术性的。

同样道理，当物理学家去测量一束光的强度的时候，需要更加高的

技术性。在本书第10章，读者们已经了解到，如何测量光的波长。这里则要谈论另外一个问题，那就是如何检测一个光源随波长的光强分布（光谱）。

首先，有一个基本的问题，那就是有没有一个绝对标准的光源。

家庭用的钨灯，是一种热辐射发光的灯泡，这种灯泡发出的光谱，肯定不是严格的黑体辐射谱，因为钨会产生一些比较尖锐的特征峰。

那么有没有标准光源呢？

这个问题也许你觉得一点也不重要，那么，我们可以问性质一样的另外一个问题："如果一个姑娘穿的是红衣服，你觉得这衣服真的是红色的吗？"

理论上存在的绝对标准的光源，大约只有两种，一种是黑体辐射，基于普朗克等人的计算。另外一种，则是同步辐射，基于施温格的计算。这两种连续光谱是相对比较纯洁的光谱。也被认为是，真正标准的光谱。

一般做遥感研究的人，研究卫星探测到的植被对太阳光的反射光。

其他行业也是一样，探月卫星上安装有X射线探测仪等光谱仪器，其主要功能就是发射一束入射光，然后研究反射光。

在这个意义上，入射光必须是已知的，最好是标准光源。——这就需要对光源发出的光谱有清晰的认识。

当一个光源发光以后，比如说一个氘灯发光以后，有一个光谱，这需要仪器去测量出来。除了单色仪可以扫描波长以外，需要一个检测光强度的仪器。探测光强度的装置有很多种类，比如数码相机用的CCD，或者说一个光电倍增管。

以光电倍增管为例。当不同波长的光照上去以后，它的响应曲线并不是一条直线，而是一条曲线（依赖于量子效率）。因此，你能够测量到的光谱，其实是入射光谱和光电倍增管响应曲线相乘以后的乘积曲线。

因此，当我们真的是探测一个光源光谱的时候，我们在仪器上能看到的光谱图，实际上并不是真实的，而是携带了仪器的信息。

可是，真实的光谱到底应该是什么样子的呢？

这只是没有读过量子力学的人才会问的傻傻的问题。本书读者应该很清楚了，真实的光谱是不存在的，这个世界是基于观测的，而观测是仪器依赖的。

从某种意义上说，我们是非常幸运的，因为我们生活在一个因为量子效应而带来的各种模糊的世界里，所以才会如此精彩。而关于量子力学的波函数在观测上的意义，其概率解释，则归功于波恩。

（2）

20世纪30年代钱德拉塞卡虽然得到了关于白矮星的理论，但他因为受到爱丁顿的严重伤害差点离开了天体物理和相对论，转而研究天空为什么是蓝色的。但从他开始，人们真正开始关心恒星的整个命运，并且猜想在恒星质量很大的时候，黑洞将应运而生。中子星是当时物理学的一个十分交叉的领域，在1932年之前，还没有中子的概念，但一旦中子被确实，中子星的概念马上应运而生（正如夸克被确实，夸克星的概念也浮出水平）。当恒星演化成为黑洞的过程中，星体内部的电子和质子被压在一起，这两种具有相反电荷的粒子被迫走在一起，形成了不带电的中子，因为电子和质子的自旋角动量都是1/2，根据量子力学自旋角动量的耦合，它们的结合不可能只得到自旋为1/2的粒子，而中子的自旋为1/2，所以在电子和质子被“逼婚”的过程中，中微子必须介入这桩“婚姻”，中微子的自旋也是1/2。要预言中子星在什么质量区间内存在，其中的计算非常物理，需要估计中子气的状态方程，理想气体的状态方程，是很多人熟悉的，就是所谓的克拉伯龙方程pV＝NRT。但中子气的状态方程，是什么样子，很少有人能写出来。1939年奥本海默和

沃尔科夫通过计算建立了第一个中子星的模型，他们的计算也只能给出一个比较粗放的结论，大致是说，如果恒星的质量是2～3倍太阳质量的话，那么，恒星最后会演化成为中子星。

奥本海默是美国的原子弹之父，他的故事富有传奇的色彩。奥本海默是量子力学奠基人之一——德国物理学家玻恩的学生，也正是奥本海默等人把欧洲的理论物理搬到了美国。因为中子星的密度极大，不能使用牛顿的万有引力，又必须要用到广义相对论。真正能做这些估计和计算的，在当时的人群里已经寥寥无几了，研究者不但要懂得广义相对论，还必须及时地跟上量子力学发展的步伐。

这一切与量子力学有了千丝万缕的联系。从发现电子，发现中子，这些历史过程之中，人们渐渐地完善了量子理论，逐渐清晰地描绘了微观世界的景象。

（3）

爱因斯坦搞出一个狭义相对论的公式，能量等于质量。

奥本海默是原子弹之父。他是美国人，出生在有钱人家，他在欧洲跟玻恩做研究生的时候，听报告总坐在前排，因为他已经习惯于在人家作报告时冲上去说，照我看这里用这个方程会比较简单，然后拿起粉笔在黑板上狂写。很多教授作报告，只要奥本海默在场，都是报告作着作着就渐渐沦为一个配角。奥本海默年轻的时候似乎有点从来不顾及他人之感受。但他的确是少数的几个实干家之一，学会了近似处理问题。在量子力学里就有波恩和奥本海默近似研究的是一群分子的群体行为，非常之物理。等他后来回美国领导原子弹研发，在洛斯阿拉莫斯，集中了大量研究人员，曼哈顿工程细致缜密而且庞大过人，奥本海默体现出杰出的领导才能。原子弹爆炸成功后，奥本海默成为名人。正当他春风得意，开始有人说他是共产党，有人说他是苏联的间谍，有人说他

是……，反正是积毁销骨，他付出了名人的代价。原子能委员会或者FBI对他开始了不断地深入持久的调查，剥夺了他研究氢弹的权利。

奥本海默，开始了他漫长的像岳飞在风波亭里那样的人生历程。

研究氢弹的任务交给了泰勒，泰勒在对奥本海默的调查中做了对后者不利的证言。泰勒先计算了氢弹的威力，发现一旦氢弹爆炸，整个大气层就要燃烧殆尽。这就是泰勒，一个很有想法的人，杨振宁先生说过，泰勒是一个想法很多的人，他的想法，90％是错的，但他很敢想，是一个不错的物理学家。奥本海默后来的人生是一幕悲剧，他的人生经历也许说明政治的残忍。回头让我们来看看其导师波恩的人生，后者的人生就是架在神秘的量子力学世界和人类的经典世界的桥梁之上。

玻恩是一个犹太人，他先在德国柏林大学做教授。1921年，他还接替德拜成为哥廷根大学物理系主任——当时，海森堡从慕尼黑大学博士毕业以后就来哥廷根大学投奔玻恩，并且在这期间花粉过敏，去休假的时候发现了量子力学的矩阵形式。1926年，薛定谔写出量子力学波动方程后，薛定谔本身对这个波函数的物理解释存在一定的困惑，后来玻恩给出了波函数的概率解释——好像一道色彩绚烂的彩虹，一端伸向天空，一端拉起大地。薛定谔的量子力学波函数在空间每点指定一个复数Z，对于这个复数Z，物理意义完全不清楚，玻恩用高中数学的手法取了这个复数Z的模，他把模的平方（实数）解释为粒子出现在该空间点的概率。正是这貌不惊人的一步把神秘的量子力学和经典的测量联系了起来。对Z取它的模平方这在复变函数来说不是一个全纯（holomorphic）的变换，换句话说，把量子信息转化为经典信息的时候，玻恩的概率解释破坏了量子理论的全纯性。全纯函数就是复数形式的解析函数，它定义在复平面上。波函数的概率解释也引出了量子力学的测量问题：测量引起波函数的塌缩。

以上的说法已经是把当时玻恩的工作高度数学化了，玻恩当时是从微观粒子相互碰撞的散射过程中，渐渐地摸索出这个概率解释的。

1933年希特勒在德国掌权后，玻恩由于犹太血统关系被剥夺了教授职位和财产。他流亡到英国，他逃到英伦的时候风声很紧张，他一下轮船就看见路对面打着一横幅，上面赫然写着：Born to be hanged。玻恩大吃一惊，心里大喊，莫非，莫非，真是天亡我也，难道在我坐船来英国的途中英国已经被希特勒占领？

玻恩后来才想到的是自己的名字Born在英文里有“出生”的意思。1954年他和黄昆合著的《晶格动力学》一书，被誉为固体物理理论的经典著作。玻恩还和人合作，写了一本《光学原理》，这本书成了光学领域的经典著作。

现在在哥廷根，波恩的墓碑上刻着量子力学中最重要的不对易关系式：

$$pq - qp = h/2m$$

在墓碑上刻数学公式，一般人是很少用的，玻耳兹曼也用过，他用的是S＝klnW。这些人全是有点天才气质的，尤其是玻耳兹曼，他是统计物理的杰出领袖——薛定谔刚去维也纳上大学的时候，玻耳兹曼刚好自杀去世，因此，年轻的薛定谔没有能见到他当年的偶像——当然后来薛定谔自己也成了偶像。

玻恩的墓碑上的不对易关系其实就是“海森堡不对易关系”，这是量子力学数学基础之一，p和q本来表示粒子的位置和动量，是实数，但玻恩墓碑上它们全是算符。算符是作用在希尔伯特空间上的，因为希尔伯特空间里可以找到一组基底，所以算符可以被认为就是矩阵。这个关系是量子物理区别于经典物理的关键之处。（当然狄拉克后来认为，量子物理区别于经典物理的关键之处不是不对易关系，应该是量子物理的波函数的相位不定性。在两个波函数差一个相因子，在物理上无法区别，它们代表同样的量子态。）“海森堡不对易关系”原理也叫不确定原理。不确定原理看上去是如此简单，以至于几乎没有人能完全明白——虽然数学家可以从傅里叶变换中天然地得到它，但在物理上真是很费解的。

因为这个不确定原理，使得量子力学几乎和爱情一样微妙。谈恋爱的男女，女生往往会提出这样的问题："你确定爱我吗？"或者"毕业了你会不会离开我？"这个时候，男生往往不能做出很确定的回答。在爱情生活上的不确定性，描绘普遍的人性，流行歌曲歌声此起彼伏："随缘分过去你不再问／不懂珍惜此际／每每看着我伤心／只因你看惯我的泪痕／对你再不震撼／看见了都不痛心／如何像戏里说的对白／想恋一生一世／说了当没有发生／思想已永远退不回头／爱过痛苦一生／沾满心中的泪印。"

第二部分　相对论

SUNRISE

A story of the Quantum theory
and Relativity



爱因斯坦和霍金玩扑克　绘画：涂明

22 乡下的月光

（1）

1666年，一个神情憔悴的年轻人在夕阳下站在河边，英伦的伍尔索普一带，宿草盈阡，这个年轻人看着流水平桥，天边又有一群乌鸦飞过，带走无尽凄凉。瘟疫似乎没有尽头，此地孤寂而冷清，这个年轻人就这样一直孤零零地站着。

附近的奶牛场里，一个姑娘正蹲在地上抚摩着奶牛的丰硕的乳房。这个姑娘身形曼妙，一笑一颦皆令人春心荡漾。

牛顿对这个姑娘，竟是颇有好感。但又不知怎么的，竟又想起自己的身世。他是一个遗腹子，20年来人世飘零，1642年的圣诞节前夜，在英格兰林肯郡沃尔斯索浦的一个农民家庭里，牛顿诞生了。牛顿是一个早产儿。接生婆都担心他能否活下来。谁也没有料到这个看起来微不足道的小东西最后会成为一位震古烁今的科学巨人，并且活到85岁的高龄。牛顿出生前三个月父亲便去世了。在他两岁时，母亲改嫁。从此牛顿便由外祖母抚养。11岁时，牛顿的继父去世，牛顿才回到了二次寡居的母亲身边。大约从5岁开始，牛顿被送到公立学校读书，12岁时进入中学。少年时的牛顿资质相当平庸，成绩一般。他绝不是陶哲轩这类的少年英才，但牛顿喜欢读书，喜欢看一些介绍各种简单机械模型制作方法的读物，并从中受到启发，自己动手制作些奇奇怪怪的小玩意，如风车、木钟、折叠式提灯等。药剂师的房子附近正建造风车，小牛顿把风车的机械原理摸透后，自己也制造了一架小风车。推动他的风车转动的，不是风，而是老鼠。牛顿将老鼠绑在一架有轮子的踏车上，然后在轮子的前面放上一粒玉米，刚好那地方是老鼠可望而不可即的位置。老鼠想吃玉米，就不断地跑动，于是轮子不停地转动。他还制造了一个小

水钟。每天早晨，小水钟会自动滴水到他的脸上，催他起床。但快乐的日子很短暂，后来，迫于生活，母亲让牛顿辍学在家务农。但牛顿对务农并不感兴趣，一有机会便埋首书卷。每次，母亲叫他同她的佣人一道上市场，熟悉做交易的生意经时，他便恳求佣人一个人上街，自己则躲在树丛后看书。有一次，牛顿的舅父起了疑心，就跟踪牛顿上市镇去，他发现他的外甥伸着腿，躺在草地上，正在聚精会神地钻研一个数学问题。牛顿的好学精神感动了舅父，于是舅父劝服了母亲让牛顿复学。牛顿又重新回到了学校，如饥似渴地汲取着书本上的营养。这一路走来，受尽了世态炎凉，牛顿也变得沉默，他得了少儿爆怒症，经常想打人骂人。后来他终于从剑桥大学毕业，却又赶上了瘟疫，于是只好逃到乡下来避难。人生黯淡。牛顿此刻想到，开普勒的行星运动三定律，背后似乎暗藏玄机。开普勒是一位天文学家，他的行星运动三定律都是在平面几何的定理。

定律如此说：

1．行星运动的轨迹是平面上的一个椭圆，太阳在椭圆的一个焦点。

2．行星矢径在单位时间内扫过的面积相等。

3．行星运动一周的时间的平方和半径的三次方的比率是一个常数。

这三个定律，真是有点奥妙，牛顿心想，晚上之前，他决定不再想那个牛奶场里的姑娘，好好地把开普勒的东西捋一捋。

就在这天马行空的念想之中，落日熔金，天色也就渐渐地黑了。牛顿蹲在草地上，开始找了一根树枝，在地上画起来，他在前几天发明了一种叫微积分的数学工具，帮了他的大忙，他越写越觉得事情是如此这般的，也许开普勒背后确实有神秘的力量。

月亮开始升起来，奶牛场的姑娘已经回家了。

牛顿抬头望着月光，狡黠的月亮像是大饼一样挂在夜幕之上，牛顿

觉得饥肠辘辘。再回头，看见远处旷野上突兀地立着一棵苹果树，牛顿大步流星地朝那棵苹果树扑去。

空气是那么迟滞，静穆的夜色，把乡下的这一切掩映得如在一层看不透的浓雾之中。牛顿刚跑到苹果树下，还没有站稳，就被一个从树上掉落的苹果砸在鼻梁之上。

“哎哟”，牛顿好像被鬼掐了，大叫一声，低头看那砸人的苹果已经滚落在一旁的草丛中。

牛顿愣住了，过了半天，才一屁股坐在苹果树下，慢慢地捡起方才那个落地的苹果，用手擦了一下，慢慢地啃了起来。

天空中依然是月光惨淡，冷漠地不知道如何收场，月亮似被冰冻，一动不动。牛顿吃完苹果，又抬头看了一眼月亮，觉得月光似乎温暖了一点儿，开始在天空中移动。他似有顿悟，猜测苹果落地，和月亮在天空中公转，似受到同一个力量的牵引。

这个神秘的力量，对世间万物都是一样的，于是，他称为万有引力。

（2）

万有引力的大小与距离r的平方成反比，这是因为空间是三维的，只有这样，引力场的高斯封闭面积分才可以得到引力荷。如果空间是二维的，那么，同样的积分将给出引力场的大小将是距离r的倒数——从这个意义上说，三维空间的结构与引力场的强度本身就处于一种相互调节的状态。

牛顿是一个工作很努力的人，他创建了一个力学体系，包罗万象。比如，他的牛顿第二定律是一个对时间的二阶微分方程，这个方程依赖于惯性坐标，但到底什么是惯性坐标？牛顿说，满足这牛顿第二定律的坐标就是惯性坐标。这样一下就把大家都绕进去了，因此，牛顿把这个

世界打扮了一番，变成另外一个模糊不清模样。牛顿理论还有更加隐秘的硬伤，那就是他的引力理论只能计算质点之间的相互吸引，质点是无限小的点，自然是不存在的，所以，如果要计算两块石头之间的万有引力，大家被迫要做一些很复杂的积分，这些积分很容易把很多人吓死，因为实在是复杂得可以。所以，如果再要求这两块石头旋转起来，再计算二者之间的相互万有引力是多少，这几乎成了不可能完成的任务。同时牛顿的万有引力是平坦背景空间上的瞬时超距作用，也就是说，假如现在太阳突然消失了，那么地球马上就会因为惯性甩出去——这是离心现象。假如按照牛顿万有引力，旋转星球所辐射引力波的星体会越辐射质量越大——这情境很像是一个在健身房汗流浃背的女孩子，人们看到她流了很多汗，但身子却同时在变胖。所以，牛顿万有引力是无法处理引力辐射的。

牛顿在月光之中发现的万有引力结构，实用但不优美。他的那个和苹果有关的故事，激励了一代又一代人，甚至也鼓励到美国苹果公司的乔布斯。

但在那个时代，牛顿作为科学家的杰出代表就像在中国企业家当选人大代表一样。他于1689年当选为国会中的大学代表。作为国会议员，牛顿逐渐开始疏远给他带来巨大成就的科学。他花了大量的时间在和同时代的著名科学家如胡克、莱布尼兹等进行科学优先权的争论上，很多在媒体上以牛顿的朋友名义发表的支持牛顿的文章都出自牛顿本人之手。又过了20年，牛顿已经是皇家造币厂的厂长，他推动了金本位与银本位的挂钩，而且参与了股票市场的运作。1720年的英国股市同2007年的中国股市一样，是一个大牛市。其中一只股票格外出众，是大牛股中的佼佼者——这就是有着国家垄断权利的南海公司。1720年1月南海公司上市，股价128英镑，之后在股民的追捧下一路高涨猛进如当初的中石油。4月，作为造币厂厂长的牛顿忍不住了，投了7000英镑购买南海股票。股票继续高涨，仅仅两个月，当谨慎的牛顿把股票卖掉后，竟然

赚了7000英镑！可是刚刚卖掉股票，牛顿就踏空了。到了7月，股票价格竟然达到1000英镑，增值近8倍。像所有踏了大空的股一样，牛顿后悔极了！

然而牛顿不服输，经过他严密的科学计算，牛顿又决定买入南海股票，并且还借钱加大投资。结果股票开始一路狂跌，到了12月又跌回128英镑。牛顿没有来得及脱身，亏了2万英镑——他10年的工资！当然牛顿不愧是大科学家，输光了钱后，他明白了股市，他坦白地说："我能算出天体运行的轨迹，但算不出人性的幽暗。"

晚年的牛顿在伦敦过着富丽堂皇的生活，他被安妮女王封为贵族。此时的牛顿非常富有，被普遍认为是生存着的最伟大的科学家。他担任英国皇家学会会长，在他任职的24年时间里，他以铁拳统治着学会。没有他的同意，任何人都不能被选举。

1727年3月20日，伟大的艾萨克·牛顿逝世。同其他很多杰出的英国人一样，他被埋葬在了威斯敏斯特教堂。

牛顿曾经来过，他最重要的发现，是在乡下的那一年，看到的月光的秘密。

外一篇　盲剑客

数学家欧拉，年轻的时候并不是一个瞎子。

他对刚体的问题，有一些研究。

一个刚体，比如一个太空中的陨石，如果它不受到任何外力的作用，那么它将如何运动呢？

这是欧拉关心的问题，这被称为自由刚体的运动。（欧拉本质上是一个数学家，在数论上发现了著名的恒等式，就是把黎曼级数和素数的无限乘积联系起来了。）

刚体的自由运动显然是有6个自由度的——确定原点的坐标需要3个

数，确定3个转动的角度方向又需要另外3个数字。在每一个瞬间，可以给这个既在平动又在转动的石头拍照，总可以得到它的质心的位置是3个坐标，然后它身上固定的一个三脚架有一个特定的方向，这样它又有3个转动的自由度。所以，一共是6个自由度。但是，因为自由不受到外力的质心是作匀速直线运动，因此，这个自由运动需要研究的部分其实可以看成是绕质心的旋转运动。

换句数学的语言，刚体的自由运动就是，绕质心的旋转运动，这是一个三维空间的三脚标架的绕一个固定点的转动，这个旋转运动发生的位形空间是一个三维的流形，这个流形其实就是数学家们所说的李群SO（3）。SO（3）上的每一点，都表示刚体转动后的一个位置。在这个意义上，自由刚体的运动状态（位置和速度）可以用SO（3）的切丛TS0（3）来刻画——当然你可以考虑怎么量子化这个问题（就是第2章监狱里的群论讲过的，TS0（3）是这个李群的一个切丛。打个比方，SO（3）是一个篮球，TS0（3）就是让篮球在操场上滚一圈）。

这个TS0（3）是一个6维流形，它之上的每一个点，就对应绕固定点的旋转的刚体运动一个特定的位置和它的速度。这个时候，如果没有守恒量，那么运动就发生在整个6维空间里，变得很可怕。幸亏有3个角动量分量和总能量守恒，所以可以去掉4个自由度，运动实际上只发生在一个6－4＝2维的子流形M2里。在整个自由刚体运动的过程中，运动其实只发生在M2上，而二维的子流形性情非常温和，彼此之间几乎没有什么区别，一般都是带几个洞M2的环面，也就是只有亏格数的不同而已——因为没有其他额外的守恒量了，所以这个运动发生在曲面上，是不能唯一确定出一条一维的运动轨迹，这种状况被称为“不可积”的。欧拉在某一个时刻得到了描述绕固定点的旋转的自由刚体运动的运动方程，这个运动方程被称为“欧拉方程”。

很明显，刚体没有受到外力，所以它的角动量应该是守恒的。

角动量又是什么呢？

角动量和刚体的质量几何有关系，刻画质量几何的是一个张量——转动惯量——静止刚体对刚体上某一点的质量几何可以用一个椭球面来刻画。

角动量正是转动惯量矩阵和角速度矢量的积。因此，如果角速度矢量方向不是转动惯量矩阵的特征矢量方向，从基本的线性代数可以知道，角动量矢量的方向可以与角速度矢量方向有一个夹角。

因此，很明显，虽然角动量是一个守恒量，它与时间无关，但转动惯量和角速度却可能与时间有关。人们可以从转动惯量中构造出四极矩来，如果这个四极矩随时间变化，那么在爱因斯坦引力中，它将成为引力波辐射的源。而这是牛顿力学所无法处理的理论硬伤。

23　牛顿引力的高级版本：拉普拉斯方程

（1）

帮国王拿破仑打工的学者，不但有钻石王老五傅里叶，还有另外一个数学家拉普拉斯。国王拿破仑是一个数学爱好者，他曾经有一个拿破仑定理，是很有意思的。定理说，任何一个三角形，各边上各作等边三角形，接下来将这三个三角形的重心联结起来，那么就必定是一个等边三角形。据说这个定理是一个叫拉普拉斯的数学家发现以后赠送给国王拿破仑的。其实与这个拿破仑三角形类似的还有一个叫做莫雷三角形的定理：在任意三角形的三个角做三等分线，就近相交得到一个小三角形，这个小三角形一定是正三角形。此莫雷三角形定理博大精深，作者见过的最精妙的证明来自数学家康内斯（Connes），他曾经用高屋建瓴的群论方式得到了一个证明。

话说回到法国大革命的时代。数学家拉普拉斯的数学才能，肯定是远过于拿破仑。拉普拉斯研究的东西很广泛，他甚至还研究过我们头顶的星空。尘世间有所谓康德-拉普拉斯星云说，意思是说，我们地球上的一切，最早都来自星云的演化。拉普拉斯问的问题也很简单：我们的太阳系是稳定的吗？牛顿认为是稳定的，因为“上帝会在合适的时间加以调节”。但拉普拉斯用了25年写了五卷《天体力学》，证明了一大堆关于扰动、轨道之类的结论，然而，还是没有完全搞明白这个问题，但他大致可以证明，我们的太阳系是稳定的。在他在书里他偷偷引用了拉格朗日、勒让德等人的工作，因为他没有提及原作者的贡献，所以，他被视为一个势利小人。

拿破仑觉得拉普拉斯很不错就让他从政。

拿破仑问道：“在你那个关于太阳系稳定的伟大的证明中上帝扮演

了什么样的角色？”

“陛下，我不需要这个假设。”拉普拉斯掷地有声地说，“大自然的全部结果不过是少数几个永恒定律的数学推论。”

太阳系的稳定问题，其背景只是牛顿万有引力。牛顿万有引力，在空间的每个点都有一个力的大小和方向，因此，我们说，力是一个矢量场，但我们也可以把矢量场看成是一个标量函数的微分。这个标量函数，就是势能——这就好像对于台风，我们可以研究其风速，也可以研究其气压。而在真空中，引力势能满足拉普拉斯方程（这个本质上就是说，在真空中，引力场的散度是零，或者等价地说，就是真空中没有质量分布）。

拉普拉斯方程有一个非常好的性质，就是你随便画一个球面，那么引力势在球面上的平均值等于球心处的引力势。据此可以推论，边界上才可能出现势函数的最大最小值。这个神奇的兴趣就好比说，北京的气温，一定等于北京周边的4个城市的气温的平均值。如果某一天保定的气温是20℃，天津的气温是23℃，张家口的气温是18℃，唐山的气温是19℃。那么北京的气温作为它们的平均数值就是20℃。

作者张轩中在工作的过程中，经常与拉普拉斯方程打交道，经常要研究质谱仪器中的电场与磁场。在质谱仪器科学里，有重要的Earnshaw定理：一块永久磁铁在恒定磁场中的势能只可能取到鞍点，而不可能具有最低点。换句话说，你永远不可能把一块永久磁铁稳定地放在另外一块永久磁铁之上。这个Earnshaw定理其实也是可以通过拉普拉斯方程来证明的。

（2）

拉普拉斯方程不但可以描述牛顿引力，还可以描述在一个弯曲面上的温度场，它也可以描述一个无旋流体的流体力学，也可以描述电子光

学的透镜的电场——如果有一个茶杯，它是铁的，均匀带电，现在问，这个茶杯周围的电势分布是什么样子的？一般来说，如果茶杯有一个旋转的轴对称性，那么我们可以推断，空间电势作为一个函数也是与旋转角无关的，电场的势函数分布满足拉普拉斯方程。但怎么计算这个茶杯附近的电场分布呢？必须要加上无限远处的边界条件才能求解。——尤其是当你用计算机做模拟计算的时候，你被迫先加上边界条件然后得到一个封闭区域，计算机才会做计算，问题是加什么样的边界条件。

因此，从拉普拉斯方程的角度来解读牛顿的万有引力，会发现如果要决定这个空间的引力场分布，必须要知道在无限远边界上的引力分布情况，但是，无限远在哪里呢？那里的引力势能分布一般被认为是零，这往往只对孤立体系才成立，对宇宙这样的系统，是不对的。这就是牛顿引力的另外一个疑难：边界疑难。

所以，在这个意义上我们可以了解什么是广义相对论？刻画广义相对论的爱因斯坦引力场方程并不是拉普拉斯方程，但它与拉普拉斯方程很像。只不过，因为在广义相对论中，很难找到一个类似于牛顿引力势的函数来做简单的刻画，所以我们需要修正这个拉普拉斯方程。那么，什么是牛顿引力势所满足的拉普拉斯方程，在广义相对论中应该如何对应呢？换句话说，在广义相对论中，拉普拉斯方程将被改写成什么样子呢？

在霍金和爱里斯的书《大尺度时空结构》中，他们也讨论了这个问题。霍金在1974年也就是他31岁的时候，写了这本天书。当他写这本书的时候，也许是为了想在人间留下痕迹，因为他患病了，医生说他快死了，所以，他把书写得非常之难。他本来就不指望这书能赚钱，没有想到，最后物理学家们还是很喜欢买下这本书放在书架上，以表明自己对引力也有追求。

为了节省篇幅，他们考虑一个简单的时空，就是这个时空中含有一个类时的凯林场（类时的意思是，这个矢量场的长度小于零，凯林场的

意思是说，这个是具有保度量的对称性的场，沿着这个矢量场走，你不会发现空间有任何变化）。这样的时空被称为稳态时空，就好像是一个已经热平衡了的水杯，这样的时空几何是比较稳定的。

在这样的时空，牛顿引力拉普拉斯方程可以被改写成微分几何的形式，并且据此可以大致看出爱因斯坦方程的来历。细节我们暂时就不写了，有兴趣的读者可以先看看《大尺度时空结构》，因为这个推导过程在那里就已经有了。

总之，可以把拉普拉斯方程写在弯曲的空间中，然后如果你足够懂微分几何，你也能慢慢顿悟出爱因斯坦场方程的形式来。不过这种事情一般人是不会的，因为一般的人，不知道怎么把拉普拉斯算子写成弯曲空间的版本——这需要把度量写进微分里，有点儿复杂。

但是，在弯曲空间里，还有平均值定理吗？

你随便画一个球面，然后指望球面上的某个函数的平均值等于球心的函数数值，答案当然是没有这样好的结果了，但依然可以有一些类似的数学结论，这个就是数学家丘成桐曾经研究的问题了。

（3）

丘成桐1949年出生于广东汕头，老家在梅州蕉岭，在香港长大。他的父亲曾在香港中文大学的前身崇基学院任教。童年的丘成桐无忧无虑地生活。但在他14岁那年，他的父亲突然辞世，一家人顿时失去经济来源，所以丘成桐也就不得不一边打工一边学习。尽管如此，他仍以优异的成绩考入香港中文大学数学系。

他19岁的时候来到美国加州大学伯克利分校，20世纪70年代左右的伯克利分校是世界微分几何的中心，云集了许多优秀的几何学家和年轻学者。在这里，丘成桐得到IBM奖学金，并师从著名微分几何学家陈省身。

当时他的一位老师回忆他教过的这个学生说："丘参加了我所教的一门课程，所以也可以说，我是他的老师。回想我第一次遇到他的情形，那时他冲进我的办公室，问了我一个关于负曲率流形基本群的问题。这个问题我从未考虑过，当然也就无从回答。不过我也感觉到，站在我面前的这个年轻人将会在数学上比我走得更远，这种直觉在1974年得到了验证，丘在Indiana Journal上发表了关于调和函数积分的文章（1976年刊出）。我称得上他的老师的时间恐怕只有一两年，自那以后我一生中都成了他的学生。"

10年后他在世界数学家大会做1小时报告。当年他还只有28岁，也是在那一年，陈景润先生被邀请做45分钟的报告。这期间他证明了卡拉比猜想、正质量猜想，开创了一个崭新的领域：几何分析。

丘成桐取得博士学位后，在应邀前往普林斯顿高等研究院访问的一年中，他结识了许多年轻的世界一流数学家，完成了两篇论文。1972年秋，年仅23岁的丘成桐应邀来到纽约大学石溪分校担任副教授，又完成了几篇论文。在1973年美国数学会举行的微分几何大会上，丘成桐做了三个学术报告，以卓越的能力和杰出的贡献，向数学界显示了自己在微分几何领域的领先水平。这一年是丘成桐数学事业上十分重要的一年，他完成了题为"完备黎曼流形上调和函数"的著名论文，用他自己的话说，这篇文章是他数学生涯的转折点。实际上，该文奠定了他应用分析方法的基本思想和技巧——所谓调和分析，就是解拉普拉斯方程。

外一篇　牛顿引力势能函数怎么从广义相对论那里得到

（较难，不具备数学基础的读者们可以跳过这一节）

牛顿在研究万有引力的时候，发现万有引力是和距离的平方成反比的，这就是著名的平方反比定律。换句话说，牛顿引力势能函数如下：

$$U(r) = -\frac{m}{r}$$

式中，m表示的是恒星的质量。这个势能函数是满足三维空间上拉普拉斯方程的。

那么，如何把这个势能函数推广到爱因斯坦的广义相对论呢？

在史瓦西时空中，我们使用史瓦西坐标系，有如下度量：

$$\mathrm{d}s^2 = -\left(1 - \frac{2m}{r}\right)\mathrm{d}t^2 + \left(\frac{r}{r-2m}\right)\mathrm{d}r^2 + r^2(\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\mathrm{d}^2\varphi)$$

这个时空存在一个类时的凯林矢量场，就是$\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^a = K^a$。

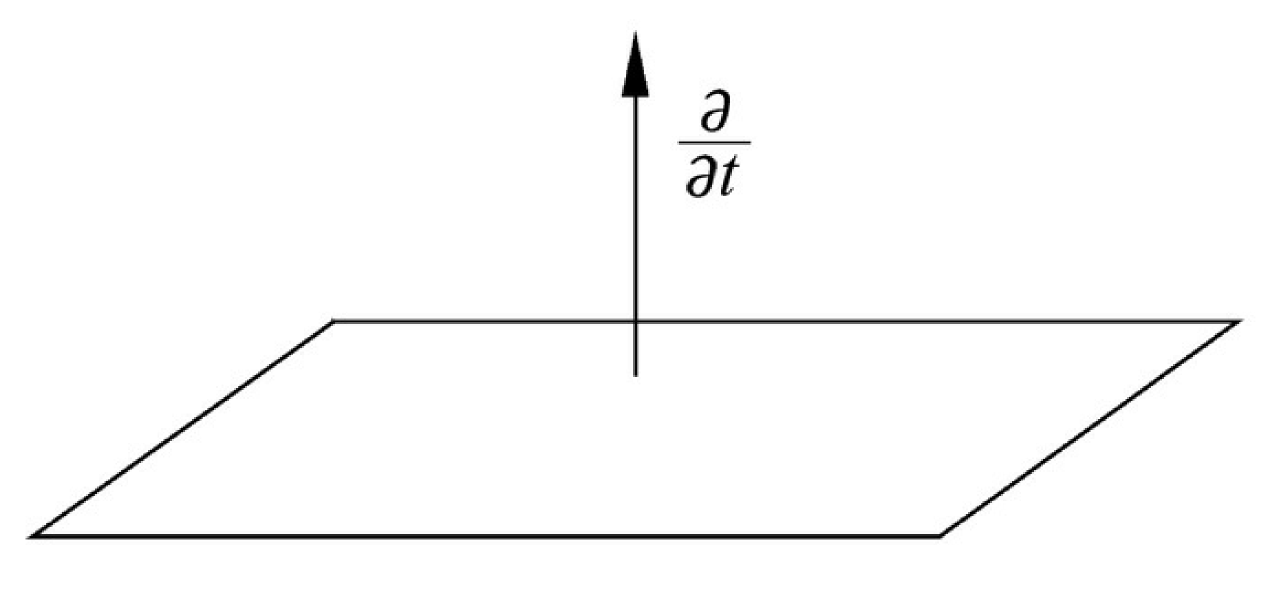
此矢量场是时空的一个对称性（所谓对称性，在广义相对论中，指沿着这个矢量场生成的微分同胚变换是保度量的。）对称性是非常重要的，因为没有对称性就没有了很多有趣的物理量。但是，这个凯林矢量场$\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^a = K^a$的长度并不归一1，换句话说，它不具有单位长度。所以，它不是相对论中的所谓观察者，需要把它归一化，称为

$$V^a = \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^a \Big/ \left|\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^a\right|$$

模长为

$$\left|\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^a\right| = \sqrt{1 - \frac{2m}{r}}$$

这样我们可以检验，$g_{ab}V^aV^b = -1$所以，V^a可以是观察者。



$\frac{\partial}{\partial t}$的方向

那么，我们引进一个深刻的问题，那就是，在史瓦西时空中，到底什么是一个静止的质点？这个问题很有意思，因为静止是相对于参考系来说的。只有在一个本身已经被我们研究清楚的参考系里，谈一个质点相对于这个参考系的运动才有意义。

V^a是一个归一化的矢量场，它在空间每一点指定一个时间方向，是一个参考系。这个参考系是稳态的，意思等价于V^a乘上一个函数f以后，可以满足凯林方程。人们把这个函数f叫做红移因子。在不同的引力场半径处它有不同的大小，很多广义相对论的效应都与这个函数f有关。

$$f = \left| \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)^a \right| = \sqrt{1 - \frac{2m}{r}}$$

我们希望得到更好的性质，问一个问题，V^a是不是超曲面正交的？

这个问题的计算并不复杂。我们先把V^a用度量拉下指标，做成一个度量对偶矢量，也被称为1形式场。

$$\omega_b = g_{ab} V^a$$

在这里，我们可以看出来，ω_b只有时间分量，

$$\omega_b = g_{ab}V^a = -\left(1-\frac{2m}{r}\right)\left(\sqrt{1-\frac{2m}{r}}\right)^{-1}(\mathrm{d}t)_b$$

$$= -\left(\sqrt{1-\frac{2m}{r}}\right)(\mathrm{d}t)_b$$

我们的目标在于检验V^a的一个几何性质，就是问V^a是不是超曲面正交的，换句话说，V^a在每一点是不是总与一个超曲面的法矢量平行。在这个要求中，V^a不一定是这个超曲面的法矢量场，因为法矢量场的长度不一定是单位长度。（读者可以想像平面上点电荷产生的电场，其正交曲面是一个圆，这些圆构成一个等势能面，等势能面的法矢量大小并不是单位长度）这里面有一个Frobenius定理。这个定理只要检验，$\omega\wedge d\omega$是不是等于0。

先计算$d\omega$，也就是上面提及的那个对偶矢量的外微分。

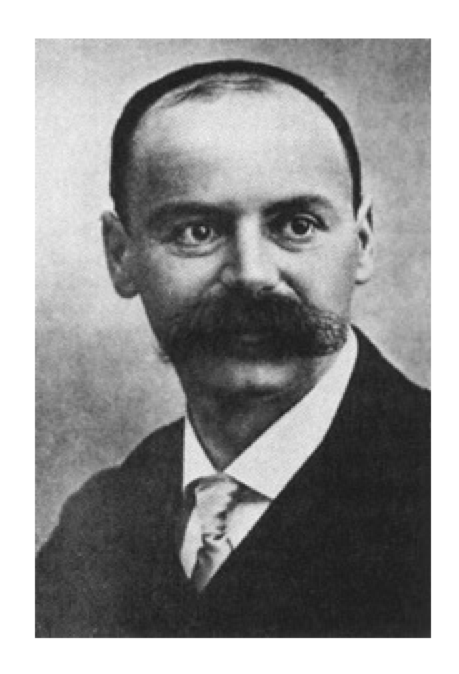
$$\mathrm{d}\omega = -\mathrm{d}\left(\sqrt{1-\frac{2m}{r}}\right)\wedge(\mathrm{d}t)\neq 0$$

进一步有

$$\omega\wedge\mathrm{d}\omega = -\left(\sqrt{1-\frac{2m}{r}}\right)(\mathrm{d}t)\wedge\mathrm{d}\left(-\sqrt{1-\frac{2m}{r}}\right)\wedge(\mathrm{d}t) = 0$$

以上等于0是因为出现dt的重复项。这是基于外微分的反对称性质。

所以，我们知道，V^a是超曲面正交。这就说明，V^a所决定的那个稳态参考系，还有更好的性质，它是静态参考系。超曲面正交的参考系是可以定义同时面的，也就是说能在史瓦西时空中很好地讨论爱因斯坦关于同时的观念。



史瓦西

因此，V^a构成了一个静态的参考系，每一个观察者都离史瓦西黑洞的表面保持固定的空间距离不变（所以必须有外部的火箭推动这些观察者才可以使得他们保持静止，否则就会作自由落体运动，一头栽进黑洞表面，也就会掉出我们的史瓦西坐标系所覆盖的范围）。

从这个V^a之中，我们可以读出引力场的信息，最重要的信息之一，就是引力场的势能函数的精确表达式。

在这里，我们要先计算一下V^a的四维加速度A^a。这个加速度在一定程度上反映了V^a身上所带的那个使得自己保持静止的火箭的推动力。

根据定义，$A^b = V^a \Delta_a V^b$。

因为带有协变导数，强行计算会涉及克里斯多夫符号。但我们可以使用一定的技巧，来计算这个四维加速度。考虑到凯林场和归一化的性质，马上可以得到最后的结果是

$$A^a = \Delta^a(\ln f) = \frac{1}{f}\Delta^a f$$

我们发现A^a是一个全微分（这说明四加速场是可积的也就是dA＝

0，这个条件比超曲面正交要强一些），对我们有用的是

$$A_a = g_{ab}\Delta^b(\ln f) = \mathrm{d}(\ln f)$$

我们称lnf是引力场的势能函数。它等于

$$\ln f = \ln\sqrt{1-\frac{2m}{r}} = \frac{1}{2}\ln\left(1-\frac{2m}{r}\right)$$

把lnf作泰勒展开，第一项就是牛顿引力势。

现在可以研究一下红移因子f的一个性质。

$$f = \sqrt{1-\frac{2m}{r}}$$

先对四加速度的定义式两边故意乘上f，因为fV^b是凯林矢量场

$$fA^b = fV^a\Delta_a V^b = V^a\Delta_a(fV^b) - V^bV^a\Delta_a(f)$$

我们要利用四速度和四加速度正交的性质。就对上面式子与V^b缩并。

$$fA^bV_b = V_bV^a\Delta_a(fV^b) - V_bV^bV^a\Delta_a(f) = 0$$

$$V_bV^a\Delta_a(fV^b) + V^a\Delta_a(f) = 0 + V^a\Delta_a(f) = 0$$

以上第一项为0是用到了凯林方程。

一个意外的小定理，稳态时空的红移因子f沿着V^a世界线是常数。

$$V^a\Delta_a(f) = 0$$

这一点在很多书上没有被强调，但在很多证明中需要用到，比如在霍金的学术专著《大尺度时空结构》中也是需要用到的。

以上计算表明f沿着观察者的世界线的方向是保持不变的一个常数。这个也符合直观，因为观察者距离黑洞中心的距离r保持不变，这也就是所谓静态的物理图像。但是，我们要问另外一个问题，那就是f随着空间方向的变化，它应该满足什么规律？因为我们已经知道，f实

际上应该要满足一个类似于拉普拉斯方程的引力势能方程。

具体我们就不再详谈，有兴趣的读者可以参考《大尺度时空结构》一书。

24　三体问题

（1）

数学家庞加莱说：“人生是漫漫长夜里的灵光一闪，其他的毫无意义。”所以他觉得需要寻找意义，因为在1900年代他是在一线的当红数学家，所以考虑的问题自然是很重要的。他有很多彪炳青史的数学贡献，最不著名也是最重要的一个贡献，他发现了在椭圆曲线上的有理点（坐标都是有理数的点），这些点在曲线上的分布并不是连续的，而是一个一个的孤立点，而且这些点具有离散群结构。这个是近代数论的重要发现，而且数学家据此证明了350年来的数学谜语——费马大猜想。在这个基础上，人们想搞清楚一条椭圆曲线上的有理点的个数是不是有限的，如果是无限多个的话，那么这些点只有可以由几个基本的点来产生，这些基本点被称为椭圆曲线的秩。数学家把这个问题称为BSD猜想，如果谁可以解决就可以得到100万美元的奖金。闲话一句，本书作者自己也开发了一系列小软件，来研究这个BSD猜想。如下图所示。



作者开发的与BSD猜想相关的软件界面

让我们回到主题，牛顿时代以来，留下了丰富的遗产，那就是微分方程和万有引力。

庞加莱非常擅长研究微分方程，他渴望在最简单的相空间平面上找到封闭曲线来代表一个动力系统的演化轨迹，因为这对应了周期运动，也就是中国古代文化里的那种天道循环的宇宙观。相空间就是刻画物体运动的位置和速度的一个空间，在那个空间上指定一点，你就指定了运动所发生的位置和速度。在量子力学中，因为位置和速度是不可以同时确定的，所以，在量子力学的情形下，相空间中的每一点都是模糊的——这就好像在北京中关村的大街上可以看见很多大的LED电子显示屏，远远地看，显示屏上的每一个点都是清晰的，但走近了看则每一点都是模糊的。

庞加莱那个时代还不需要去处理量子力学问题，他那时候的数学问题，很多都是发生在经典相空间上的问题。他就好像一个孩子一样，在纸张上随便一画，他希望自己能画出一个封闭的平面曲线来，如果这平面是一个相空间的话。那么很明显，这个封闭曲线就对应的是周期运动（比如，女朋友走了以后，还会不会回来？这种问题在数学上是典型的判断周期性的问题。）这个宇宙需要和谐，周期运动是和谐宇宙的主旋律。潮起潮落，斗转星移，树木在夜风中婆娑，哪一个不是周期运动？可喜的是，庞加莱发现了，在（相）平面上，这样的周期运动的存在条件是非常简单的。这就是庞加莱-Bendixson定理，我们不再说细节，总之，如果是一个一维运动，那么它的相空间是二维的，所以，这个定理能帮助我们寻找到周期运动的解。

（2）

庞加莱当然也研究牛顿的万有引力，不过他不像玻耳兹曼那样研究

大量星体的统计行为，而是考虑3个星体之间的相互作用，这就是著名的三体问题。这相空间就不是二维的了，而是18维的，反正这是牛顿引力的最高境界了，这个问题总可以看成是3个星体的位置和动量（速度）在这个高维空间里的流动。庞加莱也是无利不起早，正好有一个比赛是研究这个问题可以得到奖金，于是庞加莱在这个问题上做了一些基础性的研究。

事情是这样的，在1887年，瑞典国王奥斯卡二世（1829—1907）悬赏2500克朗，征求天文学中一个重要问题的答案。这个问题就是“太阳系是稳定的吗？”其实这是牛顿本人早就提出来的一个老问题了。牛顿以当时已观测到的木星和土星运动的不规则性以及彗星以极扁的轨道横穿所有行星的公转轨道所可能带来的干扰作用为依据，提出了太阳系的运动可能会陷入紊乱的担心。此后不少科学家都对这个问题进行过探索。直到1784年，本书前面提到的那个数学家拉普拉斯根据万有引力理论证明，太阳系是一个完善的自行调节的机械机构，行星之间的相互影响和彗星等外来天体所造成的摄动，最终都会自行得到改正。所以，太阳系作为一个整体是稳定的，它将无限期地继续作目前的周期运动。但是看起来，拉普拉斯的答案并没有消除科学界的这个疑虑，没有阻止100年后瑞典国王的悬赏征文。

庞加莱也向奥斯卡国王的难题发起了进攻。但是，这个问题太困难了，它涉及了怎样研究一个复杂动力系统的稳定性这个深刻的问题——因为这表面上看是一个微分方程的问题，但实际上却与拓扑学也有关系，而当时的人都习惯于寻找方程的精确解，还没有那么图像化的思维方式——也就是定性分析的方法还完全没有萌芽。但是，这个新时代的杰出人物庞加莱没有像他的前辈们那样进行正面进攻，而是从侧面为了做这一研究创立了一个新的数学分支——拓扑学，拓扑学是研究一个气球如何被一个小孩子揉捏的学问，只关心形状与会不会破裂这些问题，并不关心气球表面的弯曲程度。庞加莱的这个学问大大推进了人们对三

体这个历史难题的认识。在太阳系中，包含着十多个比月球大的巨大天体，这是造成解题困难的根本原因。如果太阳系仅仅由太阳和地球组成，这就是一个“二体系统”，问题则很简单，牛顿早已完全解决了它们的运动问题。它们的运动是简单而规则的周期运动，太阳和地球将围绕一个公共质心、以一年为周期永远运转下去；或者简化地说，地球将以太阳为一个焦点，周而复始地沿椭圆轨道绕转。然而，当增加一个相当大的天体后，这就成了一个“三体系统”，它们的运动问题就大大复杂化了，要彻底解决这个问题，几乎是不可能的。对短时间内的运动状态，可以用数值计算的方法来确定；但是由于根据牛顿力学所列出的方程组不能解析地求解——因为能找到的守恒量的个数小于方程的自由度，所以系统长时间的运动状态是无法确定的。

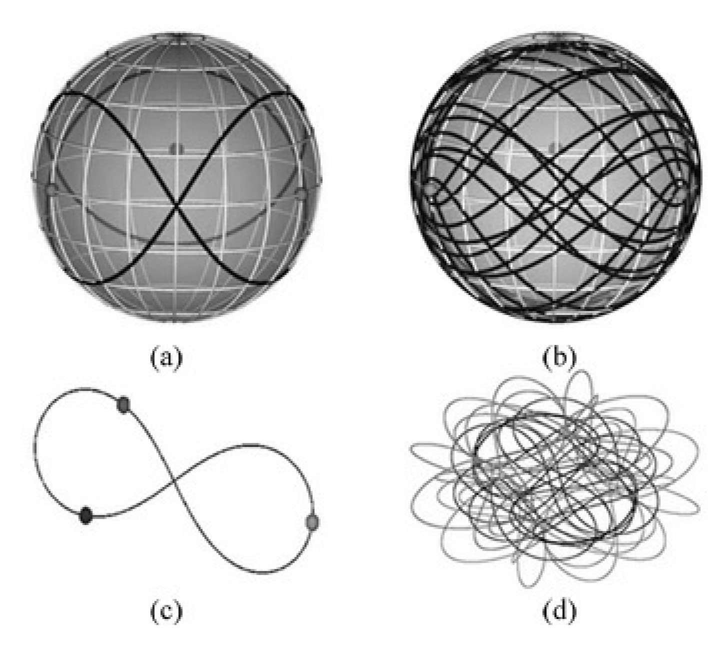
为了减少解决“三体问题”的难度，庞加莱着眼于美国数学家希尔（Hill，George William，1838—1914）提出的一个极为简化的三体系统，即“希尔约化模型”。三体中有一个物体的质量非常小，它对其他两个天体不产生引力作用，就像由海王星、冥王星和一粒星际尘埃组成的一个宇宙体系一样。这两颗行星就像一个“二体系统”一样绕着它们的公共质心作周期运动；但这颗尘埃却受到两颗行星万有引力的作用，在两颗行星共同形成的旋转着的引力场中作复杂的轨道运动。这种运动不可能是周期的，也不可能是简单的，看上去简直是乱糟糟一团。为了用几何方法直观地描绘运动的情况，他用“相空间”来描绘运动过程。某一时刻系统的状态在相空间里用一个点表示；系统状态随时间的变化，即系统运动方程的解，对应于相空间的一条曲线，称为“相轨道”；如果物体作周期运动，它的相轨道就是一条闭合曲线；如果曲线不闭合，则表示物体的运动是非周期的。但是，为了确定系统的运动是不是周期性的，与其自始至终地跟踪系统运动的全过程，不如只观察系统的相轨道是否总会通过同一相点。设想通过相空间中一点A（初始状态）作一个横截面，如果系统的相轨道总在同一点A穿过截面，那么系统的运动就是周

期性用庞加莱截面考察运动情况的；相反，如果系统的相曲线1表示周期运动轨道每次都在不同点穿曲线2为非周期运动过这个截面，它的运动就是非周期的。这个截面现被称为“庞加莱截面”，它把对连续曲线（相轨道）的研究简化为对点的集合的研究，相当于对系统的全部运动过程进行不连续的抽样检验，从而简化了检测工作。

庞加莱还发现，在刚才那个空间里，可能存在一个不断回归到初始状态附近来的解，这个现象的发生被称为庞加莱重现定理。总之，他把要研究的问题写成动力系统的样子，然后找出这个映射下不变的测度，然后因为这个空间总的测度是有限的，所以随着时间的推移，系统的状态必须要回到初始状态的附近——这与玻耳兹曼的遍历假设有异曲同工之妙，但庞加莱重现定理只要求系统的状态能回到出发点的附近，而不是精确地回到出发点，换句话说，只要地球是有限大的，你运动的速度也不可以是无限大，那么你的相空间的测度（也就是体积）就是有限的，这个时候如果你从北京出发，周游世界，庞加莱重现定理会预言，你一定会回到北京附近，要么在唐山，要么在天津，要么在廊坊……不过庞加莱还是不能完全解答三体问题。

（3）

这确实是一个让物理学家日思夜想的问题，尤其是寻找三体系统中的周期性轨道运动。在最近很流行的科幻小说《三体》中，也将这个问题设置为整个故事情节所发生的时空背景，引起很多读者的兴趣。



三体问题的一些特解

自三体问题被发现以来的三百年中，人们只找到了三族周期性特解。最近，有两位物理学家完成了一个壮举：一口气找到了13族新的周期性特解。这项工作或许能帮助天文学家对行星系统有更深入的理解。要发现三体问题的周期性特解绝非易事。著名的数学家拉格朗日和欧拉在18世纪得到了一些结果——不过这些特解都是微扰不稳定的，风一吹就会崩溃。直到20世纪70年代，美国数学家Roger Broucke和德国天文学家Michel Hénon借助计算机又得到了更多的结果。他们把所有这些被发现的特解归结为下面3族：拉格朗日-欧拉族、Broucke-Hénon族和8字形族，拉格朗日-欧拉族的解非常简单，就是三个物体等间距地在圆轨道上运动，就像旋转木马那样。Broucke-Hénon族的解比较复杂，两个物体在里面横冲直撞，第三个物体在他们外围作环绕运动。而8字形族是物理学界Cristopher Moore于1993年发现的——这就是上图（c）显示的那个解，非常精彩吧。8字形族之所以叫这个名字，是因为在这族特解中，三个物体在一条8字形的轨道上互相追逐。

在贝尔格莱德物理学院的物理学家Milovan Šuvakov和VeljkoDmitraŠinovic发现新的13族特解之后，三体问题特解的族数被扩充到了16族。

发现新的特解不是一件容易的事。三个物体在空间中的分布可以有无穷多种情况。必须找到合适的初始条件：位置、速度等，才能使系统在运动一段时间之后能够回到初始状态，即进行周期性的运动。Šuvakov和Veljko DmitraŠinović发表在《物理评论快报》上的论文描述了他们的方法：运用计算机模拟，先从一个已知的特解开始，然后不断地对其初始条件进行微小的调整，直到新的运动模式被发现。“我们所做的事情，思路非常简单，简单到大家都可以做”，DmitraŠinovic说道，“当发现这些新的特解的时候，我们非常吃惊，然而更吃惊的是，这些解之前其他人居然没有发现”。

面对数量如此巨大的解，贝尔格莱德的两位物理学家发明了一种新的分类方法。他们运用了一种叫做“形状球”的抽象空间，通过物体之间的距离来描述轨道。拉格朗日-欧拉族解的最简单情形在这个球上就是一个点，因为在这个解中，物体间两两的距离是恒定的值。

然而其他的解就复杂得多了。比如被他们起名为“纱线”的解，在形状球空间中的形状就像一个线团，而在实际空间中，轨道的样子就像一大坨意大利面。Šuvakov和Veljko DmitraŠinović根据此方法把所有已发现的通解，包括前人发现的那些，总共分成了16族。他们又根据对称性和其他性质将这16族解分成了4大类，其中第一类囊括了所有前人发现的特解。他们下一步的工作，将会检测这些特解哪些是稳定的，也就是说即使受到小的微扰也能维持。这是关于三体问题最新的研究成果了。而爱因斯坦是在当时的三体问题刚开始火热起来的时代背景下成长的，他读大学是学物理的，他根本不想知道庞加莱等人所说的测度到底是什么。庞加莱等人是把牛顿引力升华到了一个相空间流形上来研究微分方程的流了，而爱因斯坦当时并不知道将来自己要把牛顿引力升华到另外一个境界。

25 惯性参考系

（1）

康托建立了集合论的基础，数学大厦的基础得到奠基。他和希尔伯特于是提出一个问题，他们猜测，无法构造出一个集合，使得这个集合的势在自然数集合的势与实数集合的势之间。这个问题被称为连续统假设，相当难。这个假设是对的吗？

过了好几个春秋，哥德尔和科恩才证明，这个问题无解。也就是说，集合论的公理体系与这个连续统假设之间是相互独立的，我们无法从集合论的公理体系中推出连续统假设到底是错的，还是对的。所以，以集合论为基础是数学的一个孤岛，而连续统猜想是另外一个孤岛。

在物理学上，也有这样的孤岛吗？在物理学上，也有一些问题非常困难，其中一个问题就是：牛顿关于惯性系的说法是对的吗？牛顿用他的第一定律定义了一个惯性系。牛顿提出，一个不受力的物体保持匀速直线运动，那么这个背景舞台就是一个惯性系。可是，牛顿怎么知道这个物体到底有没有受力呢？

牛顿时代以来，这个基本问题困扰着很多人，这好像是一个逻辑的死结，有的人因思考此问题而精神崩溃，有的人因此受到旁门左道的蛊惑，有的人则自己突破任督二脉而修得正果。

到底什么是惯性系？

惯性系就是这样一个孤岛。你不能证明牛顿关于惯性系的论述是对的还是错的，在牛顿理论的框架下，这个问题是无法解决的。我们暂时不要去追究牛顿的论述，不过物理学家可以构造出一个牛顿惯性系的、只能依赖于物理学实验的方法，在这些基础物理问题上，实验与测量把物理学与数学甚至哲学思辨区别开来。这就好像本书作者之一张轩中曾

经去北京水晶石教育给一些做动画的艺术家们讲过一次关于狭义相对论的科普讲座，在那次讲座上，张轩中给他们用世界线的方法讲了双胞胎悖论，这个双胞胎悖论最后归结为谁的四维加速度不等于零，张轩中最后不得不告诉那些艺术家们，这个问题只能通过实验来检验，谁更年轻那么谁的四维加速度就不等于零（关于这点可以参考本书后面的章节，此处不再赘述）。

（2）

关于惯性参考系的后来的事情还得从欧拉说起。欧拉虽然眼睛瞎了，但他心里像明镜似的，一尘不染。他活着的时候做了无数的事情，其中两件事情是与物理学有关的：

1．写出了理想流体的运动方程。

2．写出了绕质心旋转刚体的动力学方程。

欧拉关于刚体的运动方程，非常之重要。因为地球在自转的时候，地球没有受到外力矩的作用，所以，地球的运动就很好地满足欧拉的自由刚体运动方程。也许欧拉很清楚一件事情，那就是地球好像一个陀螺一样在太空中旋转，但它的极轴一直是永远指向北极星的——因为角动量守恒，并且因为极轴方向是地球作为一个刚体的转动惯量算子的一个本征方向（本征矢量是线性代数的基本内容，我们把转动惯量算子看成一个矩阵，那么它就有几个本征矢量所确定的方向）。很明显，一个自由的陀螺能够在太空中指定一个特定的方向，这个方向是不会变的。



用卫星精确定位地球上的位置需要建立一个惯性坐标系，并且考虑广义相对论效应

因此，利用3个自由陀螺，它们的自转轴方向指向远方的3个不共面的恒星，就能够建立起一个惯性坐标系来，这3个陀螺在牛顿力学的意义上，将指定固定的3个方向正好构成一个惯性参考系来。因此，可以说，欧拉的自由刚体使得牛顿的惯性参考系可以被构造出来。这在工程学上具有现实的意义。

自由刚体绕着转动惯量算子的3个本征方向旋转的时候，角速度方向和角动量方向是重合的。这3个方向分别沿着惯量椭球的3个坐标轴方向，所以，在构造牛顿惯性系的时候，我们需要让自由的陀螺绕着这3个本征方向的其中一个作自转，这样的话，这个陀螺绕着转的那个轴是随时间不变的。在2013年6月20日（星期四），中国的女航天员王亚平在“天宫一号”上给全国的中学生们研究了自由陀螺的刚体运动。所谓自由陀螺也就是不受到任何外力的陀螺。我们都知道，高速旋转的陀螺具有很好的定轴性，高速旋转陀螺的这一定轴特性在天上、地上是完全一样的。因此，有很多设备都是用陀螺组合来定向，那么，在“天宫一号”里，也安装了不少利用陀螺的定轴性原理制作的仪器，用来测量航天器的姿态。但是王亚平接下来也给大家演示在地面上是很难做到的，

不过在太空失重环境中就很容易实现的自由陀螺翻滚的现象。她把静止的陀螺放在那儿，给它一个干扰力，那个静止的陀螺在翻滚着向前运动，它的轴向发生了很大的改变——这个运动过程就可以用欧拉方程来描述。

在飞机、潜水艇中的导弹上，一般也可以安装这样旋转的陀螺，用它来指引一个特定的方向，这个方向在牛顿力学意义上是永远不变的。这就是惯性导航的大概意思。（当然，还有一种导航的方法是利用3颗卫星来作GPS导航，如果导航要做到很精确的程度，那么人们必须考虑广义相对论效应。）至少玩过google earth这个软件的人应该可以知道，在卫星上要精确定位你们家房子的位置，并不甚容易。至于另外一种导航的方法是使用所谓光纤陀螺，利用的是广义相对论中的Sagnac效应。Sagnac效应，最早的始作俑者，当然是Sagnac，此人是法国的实验物理学家，与居里夫人等人也算认识。他用牛顿力学的方式，解释了他发现的一个实验现象，那就是旋转圆周上背道而驰的光重逢以后会出现干涉条纹。

（3）

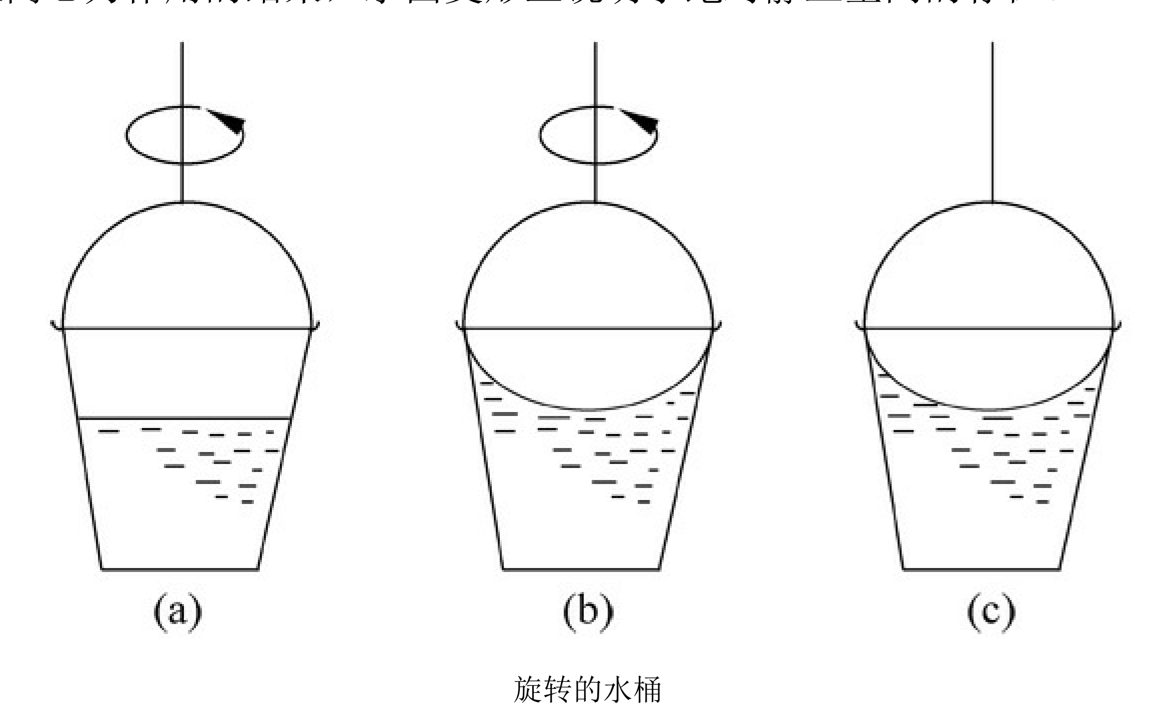
关于太空与惯性系统的隐秘联系一直牵动着世间千千万万人的心，但很多事情其实本质上是一样的。比如，有一个高僧，他曾经这样告诫自己的弟子：

不是风动，不是幡动，是你的心在动。

是的，虽然说万象皆是空妄的，但对于牛顿来说，到底什么在动，什么不动，是一个基本的问题。

1687年，牛顿45岁了，他的《自然哲学的数学原理》正式出版，在这本书中，牛顿用旋转水桶实验论证绝对空间的存在。他认为，旋转水桶中水面形状由平变凹，是由于水相对于绝对空间作加速运动而受到惯

性离心力作用的结果，水面变形正说明了绝对静止空间的存在。



旋转的水桶

牛顿的这种非常宏大的绝对静止空间，在相对论学家看来，是一个整体的惯性系。而实际上，这样整体的惯性系虽不是真实的物理，但也不失为一种理解问题的方式。在广义相对论中，可以有局部的惯性系，也就是说，我们可以在时空上的一个点上谈论惯性系。

牛顿看到水面的弯曲，认为这是相对于绝对空间运动而引起的。但是，在200年后，马赫认为，牛顿的说法是不对的，马赫说，水桶旋转的时候，水面变得不平坦，这是因为水在运动的过程中受到了全宇宙的其他物质对它的引力相互作用的拖拽。

马赫有这样一个相互作用的观念，他认为，水面的变化，一定是受到什么力的作用了。

马赫和牛顿的观念，其实在数学上来说，是等价的。正如在高中物理中，我们可以在非惯性系中加上一个虚拟的惯性力，使得运动发生在惯性系里。只不过，牛顿认为，惯性力是虚拟的，而马赫认为，惯性力是一种真实的力——就是引力。

这就是马赫的物理观念，在本书前面已经说过，马赫是一个很有物理追求的人，他第一强调的是观测，第二强调的是真实的力。所以，在这个意义上，马赫是反数学的，他没有数学倾向，他需要的物理，是真实存在的力和可以被观测到的现象。所以，马赫是一个很不错的物理学家。

在马赫的思想里，隐约可以看到，惯性力是和引力等价的。

仔细体会马赫的意思，可以发现，任何有质量的物体都与全宇宙的星体存在着相互作用。包括你在内，你每动一个小脚步，全宇宙的星体的位置都会变化。因为你们之间存在瞬间的非局部的引力相互作用。

而惯性就是这样产生的，别的星体显然是对你的运动有一种本能的抵抗，因为你动起来以后，它们也要被你带动，所以惯性是一种拖拽的引力效应。这是马赫的惯性观念。这个观念非常像电磁学中的楞次定律，那个定律描述线圈和磁铁之间的关系，当磁铁要插进线圈的时候，线圈阻碍磁铁插进去，当磁铁要拔出线圈的时候，线圈也阻碍磁铁拔出来。而惯性参考系也是一个与引力场纠结在一起的物理概念，它永远只能是一个近似，在物理上根本就没有那么理想化与那么纯粹的东西。

外一篇　从神十发射谈到电影《星际迷航》

“神舟十号”的升空把中国人也带进了一个航天时代，强化了普罗大众对太空的认知，而影片《星际迷航》系列可以说是普及相对论知识的绝好范本。

在“神舟十号”的发射后半程，宇航员手中的笔悬浮在空中。我们知道，在太空中的这种失重现象是最常发生的宏观物理现象，这主要是因为地球对卫星的万有引力全部用来提供卫星绕着地球旋转所需要的向心力，太空船就像地球的一颗小卫星，所以居于其内的人也是感受不到重力的。著名的物理学家伽利略最早对失重现象做了实验：他在意大利的

比萨斜塔上向地面扔下石头，发现石头在作自由落体运动，其运动时间与石头的重量无关。这是人类第一次在实验上去探索失重现象。

1907年，著名物理学家爱因斯坦在专利局做过专利审查员，他的狭义相对论已经发表，当他希望用狭义相对论来研究万有引力时，他重新思考了伽利略的自由落体运动，并且得到了一个惊人的发现：在自由下落的电梯里的人是感受不到重力的，因此，在自由下落的电梯里的人根本无法判断自己到底是不是在自由下落。根据这个洞察，深邃的爱因斯坦得到了涉及广义相对论的所谓“等效原理”。何谓“等效原理”，举个例子，将火箭中的航天员的眼睛蒙上，然后朝天上发射火箭，此时如果火箭转头向下从高空掉下来，这个时候作自由落体运动火箭中的航天员是感受不到重力的，他们也许会以为自己已经到了太空的无重力环境中去了。

这就是中国的航天事业应该给中国青少年带来的科学启迪，至少应该让现代的青少年知道，那个听上去高深莫测的爱因斯坦的广义相对论其实就是研究万有引力的。

再说到电影《星际迷航》，这个电影诞生于20世纪60年代的美国，当时美国与苏联争夺全球霸权，苏联在1957年第一次发射人造地球卫星以后，美国人感觉到自己的落后，不断努力，也开始发射卫星，然后美国人率先登月（当然也有人质疑美国人到底有没有真的登上月球）。在这一时代背景之下开拍的《星际迷航》系列在当时的观众中产生了强烈共鸣。此剧到2013年已拍摄12部。

著名相对论专家霍金也是一名《星际迷航》的爱好者，他甚至在电视剧版中还扮演过自己与牛顿和爱因斯坦一起打牌——虽然霍金的科学成就还难以达到爱因斯坦与牛顿的三分之一。

《星际迷航》属于硬科幻，里面的很多科学观点还是相当严谨的。

片中被广泛用于太空旅行的“曲速”（超光速飞行）是值得大书特书的。曲速，是在太空中作长距离旅行必须拥有的技术。因为人类所处的

太阳系，相对整个太空来说实在太渺小了。离太阳系最近的恒星系统是半人马座的“比邻星”，这个恒星离开太阳系的距离是4光年。刘慈欣的科幻小说《三体》中的三体人就居住在那里。从那里出发，光要走4年才能到达地球，而光的速度是一秒钟绕地球赤道走7圈。可见这星际距离实在很远，一般常规速度的航天飞机根本不可能以人寿到达那里。

那么，怎样才能快速到达瓦肯星这样距离地球16光年的行星呢？连光都要走16年，一般动力的航天飞机估计飞160年都飞不到，这时就需要“曲速”。

众所周知，根据爱因斯坦的狭义相对论，有质量的物体的运动速度不可能超过光速，这就好比你不断加速你的汽车，到一定时候，你会发现汽车变得越来越重，最后无论如何也加速不了了，这是因为此时汽车的质量变成无限大了。再比如，以前电视机用的显像管，里面有电子枪通过高压打出电子来，随着电压的升高可以看到电子的速度在增加，同时电子的质量也在增加——这里就显示着狭义相对论的思想精髓：质量与速度相关。这个理论背后的前提是：我们讨论的是在一个“固定的空间背景下”的物体的运动速度。就好像空间本身是一个舞台，一个京剧演员站在台上演出，如果舞台本身固定，只有演员会运动，这个时候，无论演员怎么翻滚折腾，他的运动速度一定不会超过某个极限数值。

那么，“曲速”（超光速飞行）又是怎么回事呢？这个现象是由“空间本身的运动”引起的——根据爱因斯坦的广义相对论，空间本身也会随着时间变化，好比一个气球可以被吹大。关于空间随着时间会演化的观念是非常令人吃惊的，但是最近一百年来，天文学家已经观测到的宇宙空间正在膨胀——在我们银河系的左边与右边，其他星云都在离开银河系，这只能解释为宇宙空间本身在膨胀。而且膨胀速度是可以超过光速的——这就是哈勃定律。《星际迷航：暗黑无界》中的“曲速”也是利用了空间本身的膨胀：在时空中制造一个气泡来制造这种空间膨胀的效应，当然这在技术上实现起来是非常困难的。这时的空间是随着时间变

化的，就好像坐上了飞驰着的火车的蚂蚁，再怎么爬也没有火车本身开得快。这也好像剧院舞台突然倒塌（空间发生变化），那么演员本身随着舞台倒塌而下坠或翻滚的速度就可以超过演员本身的速度。

此剧中与相对论有关的情节还有一个，那就是史波克和未来自己（老史波克）的对话，神秘的时空穿越，有可能实现吗？现在不可能，将来，未必不可能。但是，在相对论科学中，这种穿越在逻辑上来说是不允许的——因为这样会改变历史。穿越回到过去会产生“弑母悖论”，假想一下，小王穿越回到20年前，碰见了自己母亲，当时的母亲只有13岁，还未结婚生子。小王失手将其杀死，那么这个小王是谁生的呢？

还有一个与相对论有关联的地方出现在第11部。第11部中提到的“红色物质”，这个红色物质很小的一块就能产生一个黑洞，将瓦肯星吞没。这个“红色物质”很有可能指的是中子团。中子团质量很大，就像中子星一样，大约1亿吨每立方厘米。我们知道，原子是由原子核与电子组成的，如果引力很强，把电子也压进了原子核，那么原子核中的质子就会与电子结合转化为中子。中子星拥有大质量和极小的体积，引力非常大，通过吸收周围的物质可以继续增大质量，直到一颗星球被吞完为止。中子星吸积周边物质的过程中有一个重要的概念叫做史瓦西半径，如果物质落入史瓦西半径之内，将再无逃出的可能，因为史瓦西半径之内就是黑洞的内部。这里的时间与空间对换——本来时间只能朝一个单一方向走，不存在回头路——在黑洞内部会变成空间只能朝一个方向走，没有回头路。这些是广义相对论的基本内容。

神十升空与《星际迷航》里面的科学知识非常庞杂，本文主要讲到的是涉及广义相对论的部分。

26　伯尔尼克拉姆大街49号

（1）

1903年1月6日，爱因斯坦和大学同学、出生于塞尔维亚的女物理学家米勒娃结婚。是年秋天，几经搬迁，他们最终选择租住在伯尔尼老城中心的克拉姆大街49号三层的公寓。

这个时候，爱因斯坦终于有了一个稳定的工作，有了一个家，如果仔细体味他经历的辛酸曲折，耳边会响起信乐团的歌《海阔天空》：

我曾怀疑我　走在沙漠中

从不结果　无论种什么梦

才张开翅膀　风却变沉默

习惯伤痛能不能　算收获

庆幸的是我　一直没回头

终于发现　真的是有绿洲

每把汗流了　生命变的厚重

走出沮丧才看见　新宇宙

海阔天空　在勇敢以后

要拿执着　将命运的锁打破

冷漠的人

谢谢你们曾经看轻我

让我不低头更精彩的活

凌晨的窗口　失眠整夜以后

看着黎明　从云里抬起了头

日落是沉潜　日出是成熟

只要是光　一定会灿烂的

海阔天空　狂风暴雨以后

转过头　对旧心酸一笑而过

最懂我的人

谢谢一路默默地陪我

让我拥有好故事可以说

看未来　一步步来了

要知道，在爱因斯坦大学毕业以后的两年里，他没有找到一个正经的工作，还曾经有一段依靠做家教来维持生计。1902年2月5日出现在瑞士《伯尔尼都市报》的一则广告如下：


1902年2月5日《伯尔尼城市报》启示：

Vermischtes

Privatstunden in Mathematik u. Physik für Studierende und Schüler erteilt gründlichst

Inhaber des eidgen.

阿尔伯特·爱因斯坦，愿私人为大学生或者中学生彻底讲授数学和物理学。本人持有苏黎世联邦工学院的教师资格证书，住正义街32号一楼。试听免费。

所以，现在的工作与生活的稳定看起来还是来之不易的。爱因斯坦白天在专利局上班，晚上在家里做物理，妻子很快又生了一个孩子。因为专利局的工作甚是清闲，使得他有大量时间思考物理学。

“老婆，我真的很感谢格罗斯曼同学，他介绍的这个工作真是不错。”爱因斯坦说。

“对，我们应该有感恩的心。格罗斯曼是我们生命中的贵人。你现在有这样的成就，我真的好高兴。”米勒娃说，对她来说，能在一个陌

生的城市找到属于自己的男人和一个家，是很好的结局。

爱因斯坦有超强的物理直觉，他时刻受到一种天人感应式的启示，在用马尔可夫过程开始做出布朗运动后，他还开始思考光电效应——这个研究成果被广泛应用于数码照相机与电动自动旋转门等各个领域。最重要的工作也马上诞生，那就是狭义相对论。

狭义相对论和量子力学是两门不搭界的学问，也就是说，如果相对论是错的，量子力学也可能是对的，因为量子力学处理微观的物体，而狭义相对论则是处理高速运动的物体。那么到底什么是狭义相对论呢？本书的作者之一张轩中曾经写过一本关于相对论的科普书《相对论通俗演义》，在书中张轩中写了一段古文简单地介绍了相对论思想的发展：

人类历史，始于蒙昧。置身悬崖，若无必死之心，望而却步。引力做功，碎骨粉身。虽引力乃最弱之力量，然其统治大宇宙之脉搏呼吸。亚里士多德指出引力秘密，为世人所奉。而千年之下，伽利略用思想实验，得自由落体真谛。此情此景，历历在目。几百年来，比萨斜塔，默默无语。上帝造物，宇宙洪荒，乃至牛顿，方显露一丝天机。牛顿引力，平方反比。方程曼妙，让人叹为观止。

牛氏遗腹，少年孤冷，其引力方程，上穷碧落，下至黄泉。玉兔升空，苹果落地，牛顿方程，半窥天机。方程横空出世，世间犹惊。返谷溯源，乃开普勒之鞠躬尽瘁。白日西匿，开普勒于月牙高台，夜观天象，夙夜不眠。经济窘迫而身形憔悴，然于故纸之间，发行星运动之三定理。此乃呕心沥血之作也。

红尘百草，阡陌凋零，牛顿之后百年，法拉第铁匠之后，瓮蘧绳枽之子，其英雄气长，研习安培之环路电流。奥斯特发现电可成磁，法拉第十年一剑，磁能生电。此间十年，实验无数，遍尝失败。

电磁相生，法拉第立场论。隔四十年，麦克斯韦设位移电流，写积分方程，电磁统一大成。然方程之中，未现磁单极子。狄拉克沉默寡言，深思熟虑，考虑量子力学，得电磁对偶。若单极存在，焉能以单一磁势覆盖球面？此乃纤维丛也。

场论既成，天下太平。爱因斯坦，犹太之子，叛逆之徒，其遍习引力历史，深通场论之奥义。厚积薄发，终成绝响。麦氏方程，天生超越伽利略之单纯空间变换。闵可夫斯基，乃得四

维时空变换，保持麦氏方程。庞加莱亦有所闻，一时间群雄并起，狭义相对论，若隐若现，爱因斯坦，确凿物理实在，于线性时空变换下不变。若较爱因斯坦之于庞加莱，庞氏深谙数学，而爱氏直指背后物理，深邃迥异于常人。此西元1905，爱因斯坦，声名鹊起于天下，此洞见时间须于空间一起，共铸时空流形，此乃千年来最广博深远之发见，天下唯此一人。

历史机缘巧合，全在冥冥之中。狭义相对论已大白于天下，然世间芸芸众生，依然不知所云。所谓动尺收缩，此中可见牛顿引力方程，水火不容于狭义相对论。牛顿引力，描述空间两点之距离，然空间两点之距离不复绝对，牛顿引力，势必依赖于观察之士。物理勿须依赖于观察之士，乃广义相对论性原理，此为物理之基本也。爱因斯坦，深味其中悲哀。方十一年，其演习黎曼几何，工于张量计算。友士格罗斯曼，居功至伟。数学家推动物理学之发展，此一例也。爱因斯坦日复一日，确信物理之规律，为人力所不能撼动，须臾之间，乃相信物理之规律，应于人人平等。其思辨于升降机中遇见等效原理，偶遇一生之最快慰思想。自由落体，于其深邃双眸，复现璀璨光明。

物理于几何，一衣带水。黎曼几何，天才之手，问世三十余年，遂转入爱因斯坦，发扬光大，天下人膜拜而熟习之。爱因斯坦引力方程，几何等于物理，方程美妙绝伦，意味隽永。此西元1915，希尔伯特，殊途同归，翁乃数学界之泰山北斗。引力历史于数学物理两家携手推动，此后数十年，群雄并起，爱因斯坦方程未绝于数学物理，虽人迹罕至，从生皆云高山仰止，引力冷艳孤傲。

人生不相见，动若参商，然爱翁之于鸿蒙洪荒之回响，余音绕梁。

之后数十年，黑洞兴起，宇宙加速膨胀，一切归于漫漫黑暗。

早在16岁时，爱因斯坦就了解到光是电磁波，他想，如果一个人以光速运动，他看到的世界会是一个什么样子？比如在远处有一个钟楼，钟楼上的大笨钟的指针会走动，从远处看，这是因为钟上有光射到人的眼睛里来。现在假设小爱因斯坦以光速离开，那么从大笨钟发出来的光就追不上小爱因斯坦了，因此在小爱因斯坦看来，钟的指针就是静止不动了，时间好像就停止了。

爱因斯坦的少年时代一直困惑于这个问题，这个很有画面感的物理图像一直引导着他前进，后来使得他博得了冷酷历史的嫣然一笑。

这个问题把光的速度与时间的本质结合起来加以考虑，则是非常有趣的。

狭义相对论最基本的假设在于光速是一切速度的极限。当然这在相对论中显得非常自然，但却出乎普通大众的意料。换句话说，假如你认定在任何惯性系里，光总是以不变的光速运动，那么你也可以写出这些惯性系之间存在某种神秘的联系，这个联系显然不是伽利略变换，而是洛伦兹变换。

狭义相对论的最主要的公式是洛伦兹变换，是洛伦兹最先给出的，但相对论的创始人却不是洛伦兹而是爱因斯坦。洛伦兹也认为，相对论是爱因斯坦提出的。

从麦克斯韦那里可以知道，电磁波以光速传播，而且光速是一个恒定的常数。伽利略相对性原理说，物理规律在一切惯性系中都是相同的。麦克斯韦方程组在所有惯性系中都应成立，这就是说，光速在任何惯性系中都应该相同，都应是同一个常数c。但同时按照伽利略相对性，惯性系之间可以差一个相对运动速度v。依照速度（矢量）叠加的平行四边形法则，电磁波（即光波）的速度如果在惯性系A中是c，那么，在相对于A以速度v运动的另一个惯性系B中，就不应再是c了，而应是c＋v或c－v。但是，麦克斯韦电磁理论说光速只能是c，不能是c＋v或c－v。于是，爱因斯坦意识到，一定有什么地方出错了。

下面的三条理论，肯定有某一条是错误的了。

（1）麦克斯韦电磁理论，它要求光速只能是常数c。

（2）相对性原理，它要求包括电磁理论在内的所有物理规律在一切惯性系中都相同。

（3）伽利略变换，作为三维空间矢量叠加原理的平行四边形法则。

爱因斯坦觉得，第（3）点不能推广到四维时空。对于一个四维矢量，这个平行四边形法则不能继续使用。对于四维矢量的合成，必然会

导致一个新的数学发现，那就是数学家哈密顿曾经研究过的四元数。爱因斯坦当时不可能从四元数的角度来思考问题，正如现代的物理学家不太懂得代数几何一样，用不着，就没有必要去懂它，物理学家中有像狄拉克那样的，他可以自己发明一些高超而出人意料的类似于神来之笔的数学。但当时的爱因斯坦认定，第（3）条是错的，在光速不变原理和相对性原理的基础上，他推出了两个惯性系之间的坐标变换关系，这个关系就是洛伦兹等人早已得出的变换公式。

不过，爱因斯坦是在不知道洛伦兹等人的工作的情况下，独立推出这一公式的。更重要的是，爱因斯坦对该变换的解释与洛伦兹完全不同。在物理解释上，洛伦兹认为这个变换是运动参考系和绝对静止参考系之间的变换，而爱因斯坦是正确的——爱因斯坦认为，这是任意两个惯性参考系之间的变换，根本就不存在什么绝对静止参考系。于是，狭义相对性原理出场了："所有的惯性参考系中，物理规律是一样的。"

这时候，时间停留在1905年，爱因斯坦大学毕业的第5年。

在这一年，爱因斯坦26岁，额头上并未长有菱角。但他表现的天赋异秉，确凿似乎已经超越了他的时代。

因此，简单地说，爱因斯坦的狭义相对论是这样说的：

1．有静止质量的物体，它的运动速度在不同参考系中看起来是会变化的。

2．无静止质量的物体，它的运动速度在不同参考系中看起来是不会变化的，都是光速。

（2）

狭义相对论把光速与时间的关系进行了澄清，也就是说，以光速运动的物体它本身所带的时钟是停止的。所以光本身是不能来刻画时间的，换句话说，光对时间来说就好像一把没有刻度的直尺。那么时间到

底是什么呢？其实，任何有质量的物体本身都是一把刻画时间的卷尺。这就是所谓“世界线”的概念，世界线的长度就是一个物体本身的真实时间——在物理学上叫做proper time，翻译为“固有时间”——就好像我们说钓鱼岛是中国的“固有”领土一样。要谈论“世界线”，首先必须有一个正确的时空观念。那就是要掌握狭义相对论最核心的思想：把时间和空间结合在一起作为一个整体来考察。比如，一个孕妇在怀孕的时候，可以选择做二维B超，也可以选择做三维B超去观察肚子里胎儿的情况：二维是平面图像，三维则是立体图像。而最新近的四维B超，则就是三维立体图像加上一维时间组成的动态录像，可以观察到孩子在孕妇肚子中吸吮手指、抓耳挠腮等可爱的动作。这动态的录像，就是四维的，把时间也加进来了，与空间信息组成一个整体的考察对象。爱因斯坦当然也是在物理学中加上了时间因素，而且把时间不再作为只具有唯一前进方向的客体：不同的人，有不同的时间——这个时间箭头的方向，由人运动的速度与光速一起决定。时间是私人的，就好像我们每个人都有电脑，都有手表和手机，但这些时间走动的快慢往往是不一样的（因为不同的电子产品里面表征时间走速的晶振不一样），至少我看到的时间和你所看到的时间不可能是精确同步的。

在这个意义上，火车的列车时刻表是没有意义的，因为根本不存在公共的标准的时间，不同的旅客都有不同的时间走动的速率。

所以与财产是私有的一样，时间的产权性质也是私有的。公共时间在物理学上是一个错误的概念，就好像公有制不能促进生产力大发展一样。



从上海开往火星的火车，上面写着出发时间是18点25分，但不同的旅客有不同的时间走动速率，所以，在这个意义上，18点25分是一个并不真实存在的公共概念。因为旅客的运动情况不一样，所以基本上不可能存在一个公共的时间观念。

那么“世界线”就是一个物体在时空中所走过的轨迹，它的长度就是私有的时间真实走过的时间。世界线是相对论中最基础的概念之一，大概意思是把一个空间点拉长成为一条线，比如一个中学生在操场上跑圈。在空间上来看，他的轨迹在400米标准跑道内，但看他的世界线，仿佛是庙宇里的一个盘香。

（3）

但对爱因斯坦来说，这仅仅是故事的开始，狭义相对论告诉他：如果在伯尔尼的街心广场朝天空撒一把沙子，这把沙子的世界线会一直在街心花园广场的未来光锥中画出一条一条无变化的直线。但真实的情况是，引力不能被忽视，这些世界线在引力的作用下将变得弯曲……也许还可能相互纠结……非常漂亮的图像。显然，如何把万有引力和狭义相对论结合起来，成了一个最大的问题。这个问题是没有人想过的，只有

爱因斯坦一个人在思考。可惜，爱因斯坦感觉到自己的几何学知识，完全不够。他不知道如何来描述一根被引力场弯曲的世界线。

如果从更加宏大的视野来看物理，爱因斯坦所遇到的问题，需要一门叫微分几何的数学学问，需要一个数学概念，那就是“弯曲流形”。世界线可以看成是时空流形上的曲线。

对于当时的爱因斯坦来说，流形还是一个前沿的数学概念，整个物理学界对数学是排斥的。物理学家不会在乎数学家到底在做什么，除非有人能把数学半岛和物理半岛之间的桥梁建立起来。

当时物理学家的基本数学水平，就是经典传统的矢量分析。矢量分析是平坦空间上的一些矢量场的微分和积分运算。如果读者们依然有宏大的眼光，那么简单地说，这一套东西其实可以概括为一个英国诺丁汉面包师的工作。这个面包师傅，就是格林。格林小学还没有毕业，就去帮忙和父亲一起做面包了。这有点像当年江苏的一个小杂货店里的华罗庚。

一个人如果没有理想，那么和咸鱼没有区别。

当时的面包师傅格林也一样，他看到面包已经反胃，他心想：“难道我一辈子就这样了吗？我要做矢量分析。”过了很久，等他父亲死了，他卖掉了面包店，开始去大学读书。他心里早已经有了很重要的数学结论。作为一个有谱青年，他的格林公式说：“矢量场沿着一个封闭曲线积分，等于这个矢量场的微分在封闭曲线的内部积分。”

他的结论可以被推广到高维。他自己本人是做了二维和三维。当然，无论格林有多么牛，他无法超越时代，如果换成现代的数学语言来说，格林公式就是微分几何里最基础的对偶定理。

伯尔尼克拉姆大街49号的爱因斯坦斜倚在床上，他在纸上画啊画。他想把世界线也写成矢量的积分曲线，然后让世界线弯曲起来。可惜他的数学水平，和一百年前的面包师傅是一样的。爱因斯坦很是苦恼：时间是私人的，世界线是弯曲的，到底要怎么来描述引力对世界线的影响

呢？世界线的长度是每一个私人的固有的时间观念，这个才是本质的，但因为引力把世界线弯曲以后，使得每一个个体的私人时间更加不可能被同步校准到一个公共时间，所以，在相对论的世界里，不但不存在精确的全国统一的北京时间，而且引力场似乎要影响到每个人的时空观念？那么引力是如何与时空发生耦合的呢？

27　公务员的奋斗

（1）

1907年，爱因斯坦还是伯尔尼专利局的职员，他是一个公务员。他有一个叫贝索（Michele Besso）的哥儿们，也在这里上班。他经常和贝索一起讨论学术问题。他们两个人算是公务员系统中出现的少数几个真正有物理思想的青年，犹记得1905年那篇名为“On the Eelectrodynamics of Moving Bodies”的文章在《德国物理学纪事》（Annalen der Physik）发表的时候，此文章没有任何引用文献，只是在结尾的时候感谢了一个人。写这篇文章的人叫爱因斯坦，被感谢的人就是贝索。

爱因斯坦凭借在固体比热、布朗运动、光电效应、狭义相对论、广义相对论、激光原理、玻色凝聚、EPR佯谬、量子力学基础的完善、哲学问题的思考以及对诸多后辈物理学家的指导和大量的学术和政治活动获得了无与伦比的名声和荣誉——虽然他自己并不认为这是恰当的，而贝索除了在爱因斯坦的文章里出现过一次，再也没有什么能被别人记住的东西——他也许仅仅是爱因斯坦生命中的一个客星，甚至似乎没有真正地闪亮过，也没有真正地被人们记住过。他没有出现在其他名人的传记里，没有量子力学史或者物理学史记载过他，没有人为他作传，在爱因斯坦成为学术明星的时候，他还在伯尔尼专利局从事那些肯定让他有些无聊的工作。

其实，贝索与爱因斯坦在1896年相遇于一次音乐会上，他长爱因斯坦5岁。贝索是个多才多艺、知识渊博、兴趣广泛而且坚持学习的人，曾研究过物理学、商法、民法、生理学、英国文学、天体力学，后来在1908—1909年冬，爱因斯坦在伯尔尼大学（与专利局在同一个城市）任编外讲师（没有薪水的！）讲放射理论课的时候，全班只有两个学生，

其中之一便是贝索。正是他向爱因斯坦介绍了马赫的《力学史》，而马赫正是被爱因斯坦称为相对论先驱的人，虽然马赫本人强烈否定自己与相对论有任何的关系。而后，爱因斯坦将其房东家的女儿安娜介绍给贝索，后二人结为夫妻——同时值得注意的是，爱因斯坦与安娜的妹妹谈过恋爱。

贝索的活动并没有太多记载，通过梳理爱因斯坦给他的信件，也许可以看到贝索与爱因斯坦的关系和他在爱因斯坦心中的地位以及他一生的主要工作。

贝索保留的爱因斯坦的第一封信是1903年爱因斯坦在伯尔尼专利局工作时写给贝索的，当时爱因斯坦的妹妹Maja在贝索家里做贝索妹妹的家庭教师：

……我的论文结果多次重写和修改之后，终于在星期一寄出了……上星期Miza得了感冒，现在我也传染上了。今天无法去专利局了，不过已经好转，因此明天我就要上班了。

……先父的老会计居然能做到使我善良的妹妹Maja相信他在道义上有义务把她的大部分收入交给他……我已经在这个人几次撒谎的当场抓住了他……他在我身上也曾试过……愿上帝宽恕我，我以为我多少还是一个清醒的人，不易任人摆布……

……现在我重新决定去担任编外讲师，倘若能够实现的话。此外，我将不考博士学位，因为这对我没有什么帮助……我最近将从事研究气体中的分子力，然后全面地研究电子理论……

这封信的内容包括自己的家事、生活和自己的思考与打算等，从这些只言片语可以看出他们的友谊之深厚。

1904年爱因斯坦推荐贝索为专利局咨询工程师，从此两位朝夕相处达五年之久，爱因斯坦曾经回忆：

……专利局把我们结合在一起，我们下班途中的谈话引人入胜，无与伦比，人事浮沉对于我们似乎不存在。

……在整个欧洲，我找不出一个比他更好的知音。

……他的成就只能在他所造就的人中找到。

等爱因斯坦后来成为大物理学家以后，爱因斯坦也从来没有将贝索

当成一个不懂物理的民科，每每有新的思考，都会与贝索通信讨论，下面是部分信件的节选：

［量子力学］……近来工作没有多大成果，最有兴趣的是我发现了符合麦克斯韦方程的能量分布有无穷多种，也许量子问题的答案最后就隐藏在这里……［1909年12月31日

于苏黎士］

［固体热传导］……目前，我正在试图用量子假说推导出固体电解质中的热传导定律［1911年5月13日于布拉格］

［第一届索尔维会议］……在电子理论方面，我没有进展，在布鲁塞尔，人们怀着悲伤的情绪看到这个理论的失败，找不到补救方法，那里的大会简直像耶路撒冷废墟上的悲号［1911年5月13日于布拉格］

［引力理论］……我已经严格证明，一个闭合的静止体系总能量——包括引力场能量——既决定它的惯性质量，也决定它的引力质量，目前我正为量子论问题大伤脑筋，但是成功的希望不大……［1913年年底于苏黎士］

［引力理论］……我通过一个简单的计算已经证明，这些引力方程对于一切满足这个条件的参考系都能成立……惯性质量和引力质量以及引力场的严格等效性，我记得在你来访时，我已经证明过……现在我非常满意，不管对日蚀的观测成功与否，我对于整个体系的正确性已经不再怀疑……我将住在大莱姆……希望你尽快来看我……［1914年3月于苏黎士］

［引力理论］……今天我已经把论文寄给你，如今实现了最大胆的梦想：普遍协变性……［1915年12月10日于柏林威玛村］

［引力理论］……现在，连普朗克也开始重视这件事了……这一切我以后跟你谈，但愿我们很快能相见［1915年12月21日于柏林威玛村］

［引力理论］……引力方面获得巨大成功使我非常高兴……研究闵可夫斯基对你不会有什么帮助，他的论著是无用的复杂……［1916年1月3日］

［激光原理］……关于辐射的发展和吸收，我突然有所领悟……这是普朗克公式的直接结果，这一切全是量子的，我正在把结果写成文章……［1916年8月11日］

［引力理论］……在那里，广义相对论已经获得了极大的活力……我和埃伦菲斯特，尤其是和洛伦兹度过了一些难忘的时刻……我终于放弃了离婚的念头……空间和实践的客观意义首

先在于……［1916年10月31日］

［统一场论］……我已发现一种几何学，它不仅有黎曼度规，而且还有绝对平行性……我一定很快把这篇论文寄给你，如果你不伸舌头，你就是个伪善之徒……［1929年1月5日］

［统一场论］……微妙之处在于：在四维空间中引入了五维矢量……［1931年10月30日］

［统一场论］……你一定知道，迄今的尝试全都已经失败……我一旦有了哪怕是微小的有根据的信念，我就很愿意告诉你。［1942年8月］

［量子力学哲学基础］……我对统计性量子理论的反感不是针对他的定量的内容……你是否注意到泡利对此的回答多么不合逻辑？……［1949年7月24日］

［统一场论］……以统计学为基础的理论，尽管取得了很大的成功，但还是停留在事物的表面……不幸的是，从逻辑上看来很简单的事情计算起来却很复杂……［1949年8月16日］

［量子力学］……五十年的思考还不能回答光量子是什么……［1951年12月12日］

［EPR佯谬］……由一个函数所描述的态和一个一定实在情况有什么关系呢？……这样实在的状态就不是可以有经验直接感知的……我拒绝这种假定……证明如下……［1952年10月8日］

［引力理论］……你明显把自己放在一个不稳定的地方……解释时间箭头的全部问题同相对论问题毫不相干……爱丁顿的论证也许可能有些真实的东西，……但是他缺乏批判精神……［1953年7月29日］

［引力理论］……广义相对论的话是完全正确的……但是到现在为止还不能证实……我们大概不能亲眼看到他的结局了……［1953年9月22日］

［引力理论］你对广义相对论的阐述很好地说明了它的发展史方面……对牛顿基本原理提出的这个反对意见的核心……［1954年8月10日］

1926年，贝索因为业务过少险些被伯尔尼专利局开除，爱因斯坦写信给专利局，对贝索有所评价：

“……他有敏锐的理解力，他不喜欢斗争，因此他对每一个可供选择的方案都提出一个问题……

他随时准备了解别人的见解，从中找出问题的焦点，因此他在讨论中很出色……他能够成为卓有成效的批评家……像苏格拉底一样……

……直截了当地说，他是一个卓越的非专家……他是一个典型的教导者，而不是一个培育者……

凡是对于他遇到的每一个向他求教的人有用的东西，对于他自己却是有害的，因为它永远不满足于已有的东西，没有什么论文署他的名，他的成就只有在他所造就的人当中才能找到。”

没有什么人评价过贝索，看上去他是不幸的，但是爱因斯坦给了他如此高的评价，这又是贝索的幸运，贝索的不幸在于他没能将自己的思考转化成结果，贝索的幸运在于他的思考居然能帮助一个几乎是历史上最伟大的人物。

贝索于1955年3月15日死于脑血栓，而爱因斯坦死于1955年4月18日，这也是一个巧合，伟大的友谊终于随着生命结束而结束了。鲁迅先生曾经说过：在未有天才之前，先做培养天才的土壤。在我们为爱因斯坦的成功而顶礼膜拜的时候，是否应该了解那土壤呢？爱因斯坦当时在专利局作一个无聊的公务员奋斗的时候，是谁陪在他身边与他一起前进呢？

（2）

1907年有人请爱因斯坦写一个介绍狭义相对论的综述文章，写这样的文章，使得爱因斯坦重新全面地审视了一下自己的理论和周围的世界，他发现私人的时间观念不可以同步到一个公共的标准时间，这就好像钟表店的老板永远不可以把他店的钟表全部校准一样，这背后的原因在于，根本不存在一个全局的惯性参考系……



任何一家钟表店的钟表都不可能精确对准，在相对论中也一样

而在现实中，一样是惨淡经营，爱因斯坦关于狭义相对论的文章发表以后，江湖上反应非常冷淡。这种冷淡让爱因斯坦有点沮丧，他知道自己在专利局而不是在大学的身份使得自己看上去非常像一个民间科学家。

其实，在柏林大学，普朗克的讨论班里，就在开始讨论爱因斯坦那个离经叛道的狭义相对论——只不过是爱因斯坦本人不知道而已，讨论班有一个人没听懂到底什么是狭义相对论，但他相信这一定是一个重要的学问。这个人就是劳厄，他打定主意，一放假就去伯尔尼大学向“爱因斯坦教授”求教。

风餐露宿，赶路匆忙，劳厄赶到了伯尔尼大学，问道：“我想拜访你们这里的爱因斯坦教授。”

伯尔尼大学的人说：“爱因斯坦？教授？谁？”

幸亏劳厄不是一个愣头儿青，马上说：“啊，他不是伯尔尼大学的，那他……我只知道他在伯尔尼。”

伯尔尼大学的人说：“这个人是干什么的？”

劳厄说：“他很神奇的……好像是公务员吧。”

伯尔尼大学的人说："他是公务员？你去专利局看看吧，那里好像有一个人叫爱因斯坦。"

劳厄说："谢谢。"

赶到专利局，劳厄一头撞上一个年轻人，穿得像一个"油"博士，在走廊里来回踱步做思考状：一件不太干净的格子衬衫，领子已经不再坚硬，耷拉的脑袋上头发乱成一团麻，眼神甚是迷离，似乎有点忧郁。

专利局的走廊上空荡荡的。

"爱因斯坦博士在哪个办公室？"劳厄问。

年轻人愣住了，不知道说什么好，想了半天，说："我是爱因斯坦，对不起，我们这里好像没有第二个爱因斯坦。"

劳厄惊讶了，但很快就笑了，说："你好，我是来请教你问题的。"

爱因斯坦说："你好，请教什么？"

劳厄说："外面有一家小饭馆，如果可以，我们是不是边吃边聊？"

爱因斯坦说："可以。"

几分钟后，两人在一家小餐馆的桌旁坐了下来。

"我是普朗克教授的学生。我们对你的狭义相对论很有兴趣。"劳厄说，"我也觉得，我们的时空观需要被革新。"

"你是做什么方向的研究的？"爱因斯坦说。

"光的干涉什么的，不过我最近对X射线衍射也有兴趣。"劳厄说。

……

爱因斯坦与他相谈甚欢。

劳厄走了，过了几年，他做了X射线对晶体的衍射实验，使得人们进入到了一个真正实用的物理领域：X射线衍射分析。但劳厄对狭义相对论还是如痴如醉的，写了地球上第一本相对论方向的书《相对论原理》。爱因斯坦的生活没有被劳厄所改变，不过这次学院派的人的来访，增加了爱因斯坦的信心，他觉得自己还是有药可救的。当下最要紧的事情是去大学或者中学当个老师，这样才可以最后成为教授。

（3）

专利局的日子，什么时候才能到头？1907年，爱因斯坦思考的是如何把世界线和万有引力结合起来。但一口吃不成胖子，他觉得先思考一下万有引力。这一次思考爱因斯坦发现了前文提到的等效原理：在一个自由下降的电梯里，电梯里的人是感受不到万有引力的。

这是一个极端重要的发现，换句话说，在一个无引力场的空间，如果电梯向上加速的话，那么电梯里的人能感受到一个等效的引力。这就是等效原理。不过这个原理是很物理的，可以在黎曼微分几何里重新来说这件事情：弯曲流形上存在一个高斯法坐标系，使得流形上一点p，克里氏多夫符号函数在p点取值为0，度量在p点取为平坦度量。

爱因斯坦的等效原理和微分几何学里的高斯法坐标系是同一个事情。也就是说，在特定坐标系中，克里氏多夫符号函数会等于零。克里氏多夫符号函数和矢量沿着流形上的路径平行移动有关系。在欧几里得空间，也就是一般中学生学的几何中，背后有一个隐藏的假设，那就是：矢量在平行移动下是不变的。但弯曲的流形（引力场）没有那么好的对称性，矢量在平行移动的时候，移动后的结果是依赖于它走过的路径的。细节我们不再谈，反正，在很小的距离上，矢量平行移动的变化量和克里氏多夫符号函数成正比的。总之，矢量平行移动的结果是路径依赖的。打个比喻，这就好像蒋中正的曲线救国行动，行动的结果是依赖于他采取的曲线的。

爱因斯坦发现等效原理以后，问他的恩人格罗斯曼：“你觉得什么样的数学，可以描述电梯中失重的感觉？”

格罗斯曼沉默了半天，他是数学教授，所以说话颇为谨慎严谨：“也许高斯的微分几何学，可以帮你的忙……不过，仅仅是也许……”

听到这里，爱因斯坦觉得自己就像一个在黑暗中生长的蘑菇，已经快看到阳光了。他决定去学习微分几何学。

28　三年半的沉默

（1）

从1907年的12月到1911年6月（爱因斯坦定居到布拉格后几个月），爱因斯坦在引力问题上一直保持着沉默。

爱因斯坦在这个沉默期究竟在想什么呢？

但凡伟大的作品出世，一定需要有一定的时间来冷静和沉淀作者的思绪，所谓“文王拘而演周易，仲尼厄而作春秋；屈原放逐，乃赋离骚；左丘失明，厥有国语；孙子膑脚，兵法修列；不韦迁蜀，世传吕览”。大致也是一个意思，人生需要沉默期，大爆发之前需要积累。

爱因斯坦这段时间遇见了什么糟糕的事情了呢？

这段时间，他已经从专利局的技术职员混成了副教授，现在他来到布拉格大学，他要成为正教授了。这人生也是渐入佳境，爱因斯坦这个时候也做物理，但内心深处一直在思考一个问题，那就是引力场中光线弯曲的问题。

爱因斯坦的等效原理已经说明，牛顿的惯性力和马赫的引力是局部上不可区别的。这个时候，接下来的问题就是，如何用数学来描述引力。如果事情仅仅是牛顿引力，那牛顿的数学就是足够的。

但是，问题在于，牛顿的引力与狭义相对论是不相容的。

因为牛顿的引力的计算依赖于空间距离的计算，但是，在不同的参考系里，空间距离并不是一个不变量。一辆高速运动的火车，在地面参考系看来，长度会缩短，这是可以根据狭义相对论可以推导出来的所谓“尺缩效应”。

所以，必须把牛顿引力修改一下，使得它与自己的狭义相对论相互协调，这是爱因斯坦的初衷。大师一出手，必然是有大师的痕迹，所

以，在没有一定的把握之前，爱因斯坦选择了沉默。他补习了一段时间的微分几何。

因为朦胧的直觉是这样的，格罗斯曼告诉他，微分几何也许对他有益。格罗斯曼的这句话其实起到了决定性的作用。学微分几何没有几天，爱因斯坦就有一些朦胧的思想，这个思想就是：引力其实是几何学？

回顾一下历史。

牛顿说：存在虚拟的惯性力！

马赫说：其实是真实的引力引起了惯性！

爱因斯坦把两人的思想中庸了一下，说：惯性力等于引力。

到了这里，已经进入一个死扣，但爱因斯坦突然来了一招返璞归真，接着说：引力不存在，引力是时空的几何学。

这最后一句话，爱因斯坦将要大声地讲出来，这完全好像那孩子指出了皇帝的新装的秘密，新装并不存在，而引力也不存在。

为什么会这样？为什么要这样？真理是朴素的，也有的人说，数学真理就像是贝多芬的美妙乐章，不是人为雕琢出来的，而是不得不如此的作品，你改一个音符都不行。爱因斯坦的引力理论，也是不得不如此吗？如果真的非如此不可，那么显然是上帝假借了爱因斯坦之手在人间写方程了。历史是一步一步发展的，并且一定是具有雷同性和自相似的结构。

爱因斯坦为什么要用微分几何，这背后必然有天才的成分在里面，而微分几何刚出现的时候，也是经过天才之手。微分几何一开始，是高斯的杰作，高斯已经不满足研究一些曲线的弧长，他要研究曲面的曲率。高斯19岁的时候，他也和现在一般的高中生差不多，搞一些直尺和圆规来作图。他苦思冥想，就是要作一个正17边形。因为尺规作图的本质是在坐标平面上寻找具有特定形式的坐标，所以高斯从此对数论有了很高深的造诣。如果现在的高中学生也想有如此的成就，不妨找一找椭

圆曲线上的有理点。不过一般人才情总是难比高斯。他这番作完平面几何，就开始做球面，椭球面的面积，做完面积，他就做曲率。高斯对微分几何研究是有一些玩票的性质，他也是随便玩玩就可以了，得到了一个高斯绝妙定理和一个高斯-波涅定理以后就金盆洗手。接下来的事情由他的一个徒弟黎曼来出手解决。黎曼看着高斯绝妙定理出神，知道了一件大事情：几何对象的曲率的存在可以不依赖外部空间。换句通俗的话，高斯是用长焦镜头远距离来偷窥一个美女的身材曲率。而黎曼用的是X射线断层扫描技术来研究美女的身材曲率。高斯站在外面，黎曼在里面。

黎曼的几何学抛弃了坐标，黎曼看着高斯绝妙定理就已经晓得：几何曲率应该是与外部空间无关，甚至与坐标无关。

而爱因斯坦也领悟到了的一个道理：物理应该与坐标无关。

人心深处是相似的。

爱因斯坦在他的沉默期里开始与一些微分几何纠缠起来，他的蜜月期似乎又要来了。我们再来回顾一下这些思想史。狭义相对性原理说，“所有的惯性参考系中，物理规律是一样的。”基于狭义相对性原理和光速不变原理，爱因斯坦在1905年得到了狭义相对论。现在看来，狭义相对论是很自然的想法，但惯性系不是一个自然的概念。爱因斯坦不是一个普普通通的男人，他后来决定抛弃惯性系。在物理学里，惯性系是一个有特权的王国，爱因斯坦想，这个物理世界应该是民主的，不应该存在具有特权的参考系。他有了这样的思想——姑且称之为“参考系的民主”。为了研究万有引力，会发现万有引力的大小依赖于两个物体之间的空间间隔，但在四维几何里，三维空间间隔不是一个不变量，参考系改变以后，这个空间间隔就变化了，于是万有引力大小就变化，万有引力定律与狭义相对论的矛盾水火不容。这个矛盾大致可以这样看出来，两个物体之间的空间间隔依赖于观察者，所以在不同的惯性观察者看来，2个物体之间的万有引力大小依赖于观察者。这区别于库仑定

律，在库仑定律中，除了电力还有磁力，在电荷加速的时候还有辐射。万有引力定律对吗？狭义相对论对吗？爱因斯坦开始陷入了深深的思考。后来他意识到很重要的一点，那就是万有引力其实不是一种力，而仅仅是空间的弯曲的效应——也就是说，万有引力就好像是一个路灯下的影子而已，不是真实存在的东西。

既然空间是可以弯曲的，那么他就可以使用微分几何这套数学工具了，也可以抛弃惯性系了，他于是抛弃了惯性系。惯性系成了一个弃妇，新人胜旧人，他也得到了新的原理。用现代语言来说，这个原理有三种等价的表达：

1．广义相对性原理。

2．广义协变性原理。

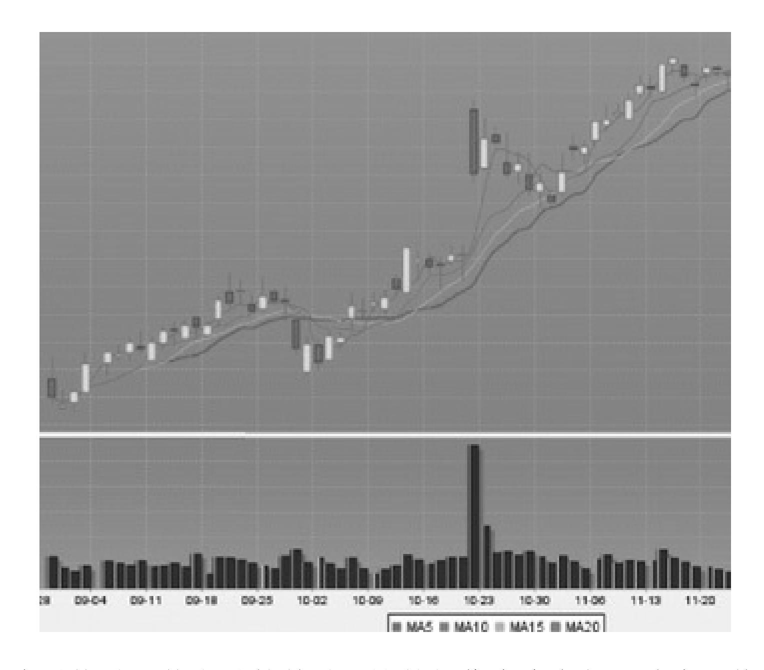
3．微分同胚不变性原理。

在那时候，爱因斯坦提出了广义相对性原理："所有的参考系中，物理规律是一样的。"有了这样一个原理，爱因斯坦要做的事情就是思考一下万有引力了，他要做的时候很简单，就是要让万有引力理论不依赖于参考系，不依赖于观察者。因为，爱因斯坦相信，物理规律是普适的，它是物理王国的法律，有上帝制定，对谁都一样，在任何时间任何地点，全是一样的，这正是人人平等的民主观念。就这样爱因斯坦用他的思辨构造了他的引力理论——广义相对论。在他的理论中，引力不是一种力，也许可以说，引力根本就不存在，所谓引力，其实是空间和时间（统称时空）被物质扭曲。正如一个人躺在席梦思床上把床睡得陷了下去。所以，空间上的点与点之间，其实是有人类的肉眼看不见的弹性纤维连接起来，这些弹性纤维组合起来就是一张弹性网络，这个网络的动力学规律就是爱因斯坦的广义相对论——正如一根弹簧的动力学规律是胡克定律一样。

（2）

引力为什么不存在？引力为什么是几何学？

实际上，引力场很像股票市场，如果你要了解股票市场，你会去看k线，一般来说，k线如果是分明的清晰的，也就是说，日k线压着周k线，周k线压着月k线，那么，这个股票一般被认为是处于上升通道。反正，如果k线相互绞着，看上去很紊乱不知所踪，那就是这个股票没有一个很明显的趋向，连主力都有点摸不着北。这是技术分析。



在股票市场中，资金是推动股价上升的基础，这就好像在广义相对论中，物质是引起时空弯曲的基础，但是，股价的上升会反过来因为资金获利回吐，在广义相对论中，时空的弯曲也会影响物质的运动。

对引力场，也是需要有技术分析的。因为引力场肉眼看不到，所以我们要看在引力场中运动的粒子，粒子的轨道就好像是k线。

所以，引力为什么是几何学？我们就需要看质点在引力场中的轨道，这个轨道会告诉我们一些信息。质点在引力场中运动，会在空间上画出一个曲线。这个曲线一般是不封闭的，因为空间曲线不是几何不变量，它是躺在空间上的，但是我们对时空的3＋1分解是任意的（正如爱因斯坦转盘上的观察者们的空间感就和地面静止惯性观察者们的空间感

不一样），所以，这个空间曲线实际上是世界线在空间的投影。而在时空中的世界线才是几何不变量。我们说的质点在引力场中的轨道，就是在说世界线。

如果一个质点仅仅只受到引力的作用，那么，它在时空中的轨道就是测地线。大约爱因斯坦是从从这里开始类比起吧。

如果有很多这样的质点，可以发现在时空中会有很多这样的测地线。爱因斯坦在布拉格广场的时候，也开始有这样的朦胧想法。但他不晓得如何来描述测地线。

爱因斯坦站在办公室的窗边眺望远处的风景，玻璃窗太灰暗，在时空的困惑中。

他手上唯一有的是一个等效原理和一点微分几何的知识。他想，如果一个观察者趴在质点上随着质点在引力场中下落，那么，很显然，这个观察者感受不到引力的作用，所以，这个观察者在每一个瞬间都会认为质点是在走很短的一个直线。

也就是说，质点的加速度是零。

那么，牛顿第二定律可以写成这样的形式

$$m\frac{\mathrm{d}x^2}{\mathrm{d}^2t} = 0$$

这里，x坐标是自由下落观察者赋予的。这个x坐标系是什么呢？x和t分别表示空间坐标和时间坐标，但这个方程只在局部是成立的。

这个时候，爱因斯坦看到了另外一个微分几何里的方程，那就是测地线方程。

$$\frac{\mathrm{d}x^2}{\mathrm{d}^2s} + \Gamma\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}s}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}s} = 0$$

爱因斯坦心里似乎有点谱了。因为这2个方程形式上蛮像的。在第2个方程中，Γ是克里斯多夫符号。

第一个方程，是没有引力时候的运动方程（可以认为这个时候有惯性力）。

第二个方程，是微分几何里的测地线方程。

如果把s线长看成是固有时，那么，这两个方程大致上差了一个克里斯多夫符号，而克里斯多夫符号恰恰可以被看成是惯性力。

爱因斯坦有点懂了，原来牛顿第二定律和测地线方程，似乎是同一件事情，只要把克里斯多夫符号看成是惯性力……

1911年，爱因斯坦在他的沉默期大致走到了这样的一个地方。里奇的微分几何，他是读了一遍又一遍。这也就是他三年半的沉默期一直在打磨的思想。

29　朗之万：双胞胎悖论

（1）

再说劳厄回到普朗克的身边，大大地夸奖了爱因斯坦一番，说爱因斯坦的狭义相对论真是在经典力学的瓦砾场上建立了一个华美的都城。普朗克也大为所动，于是写信给爱因斯坦讨论问题。讨论了半年，最后的通信让爱因斯坦看到以后心花怒放，因为普朗克说：“爱因斯坦是当代活着的哥白尼。”这是一句重话，相当于现代，杨振宁给一个大学生写信，说，你是当代活着的牛顿，这话传出去弄不好是要死人的。

历史的发展并不是一马平川的，而是蜿蜒曲折，狭义相对论的思想已经开始被普朗克等人在学术领域传播，这自然引起了一些观念上的革命，虽然爱因斯坦已经开始准备发展广义相对论，但狭义相对论的市场化进程却刚刚开始，消费者们还没有准备好接受这一款雷人的新产品。因为狭义相对论说，两个速度不一样的人，他们的衰老速度是不一样的。那还了得吗？

法国的物理学家朗之万也有点晕，他不知道到底有多少人已经理解了狭义相对论，于是他说：“全世界只有12个人能懂相对论。”朗之万的话一传出去，新闻界也听懂了，于是报纸上开始不断引用朗之万的这句诡异的话。这句话实在是太精辟了，看上去就像是一幅名画《最后的晚餐》，尤其是12个人，简直有了上帝的气息。而流言表明，这12个人，大多数是在柏林，而在法国的，显然也有一个人，这个人自然是巴黎的朗之万。可惜，朗之万是真的不懂狭义相对论，他不但不懂，而且还很糊涂，他的糊涂自然代表了时代的糊涂，因为他就像是科学界通往新闻界的喇叭，他又抛出了一个老妪能解的问题：双胞胎悖论。

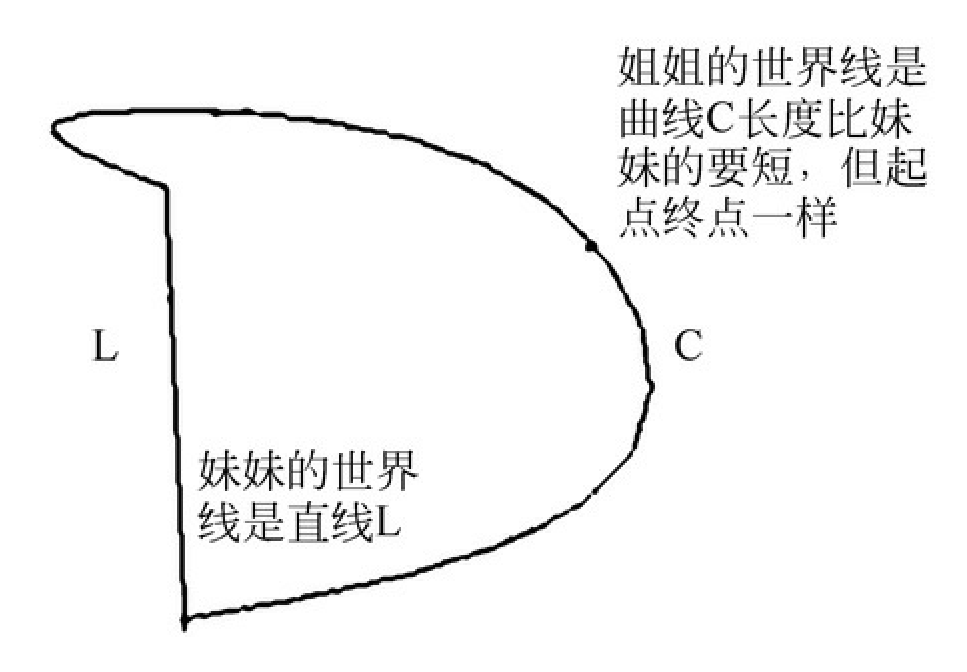
双胞胎悖论中的姐姐上天去了火星一番，妹妹留在地球，等姐姐回

到地球，发现自己还是如花似玉的大姑娘，但妹妹已经人老珠黄。悖论说，那既然运动是相对的，那为什么故事的结局不是姐姐人老珠黄妹妹如花似玉的版本？这个悖论一出来，街坊邻居们纷纷议论开了，茶楼酒肆咖啡屋里也争得甚嚣尘上像是被投了炸弹那样沸腾起来。狭义相对论被朗之万这样用捣糨糊的方法一弄，伤了大众的脑筋。如果读者们回望一百年来的狭义相对论发展之道路，会发现这个悖论一直是一座丰碑。这个丰碑的底座，镌刻着多少前仆后继夙兴夜寐的身影。多少人为了在这个丰碑上撞死而泪流满面痴心不改，多少人为了这个丰碑茶不思饭不想，多少人为了这个丰碑抛妻别子走上了民间科学家的漫漫野路？试想大地苍茫，岁月沉浮如波涛汹涌，又有多少人真正地理解了这个丰碑的意义？在1969年，苏联和中国在边界上有了军事摩擦，在珍宝岛上，双方边防军进行了小规模的战斗。在后来的谈判中，双方对到底是苏联士兵还是中国士兵首先开枪起了争执。当时在中国人们多数不相信爱因斯坦的狭义相对论，也觉得不理解。一些批判相对论的人认为，假如爱因斯坦的狭义相对论是正确的，那么在珍宝岛上到底是哪一方先发射第一枚子弹成了不可判断真相的政治事件——因为时间也是参考系依赖的。从狭义相对论的角度来考虑，1969年的珍宝岛，到底是哪一方先开枪？这个问题的答案依赖于在哪一个参考系来看，是坦克司机的角度，还是克里姆林宫的角度，还是天安门的角度，还是月球的角度，还是火星的角度，还是织女星的角度……角度太多了，在这些不同的参考系下，哪一方先开枪，确实是各有可能。

今天，曾经困惑的灵魂还没有走远，但翻开历史我们可以看到吃人的历史上歪歪斜斜写着三个字：世界线。

从地球去火星一趟回地球的姐姐，她的世界线是闵氏时空中的曲线C。

在地球的妹妹的世界线是闵氏时空中的直线L。



姐姐的世界线长度比妹妹的要短，因此重逢的时候姐姐比妹妹年轻

世界线的长度C小于L。所以，姐姐的固有时间要比妹妹的固有时间流得慢。也就是说，姐姐是会比妹妹年轻的。这个问题所提出的时空背景流形是平坦的，所以这是一个狭义相对论问题。世界线的长短是一个积分过程，这个过程其实可以推广到弯曲的时空。世界线的长度是一个几何不变量，只有这样的不变量才代表真正的物理，也就是不会随着观察者本身的地位改变而改变。因为时间的相对性也出现在广义相对论中，而后者其实是描述万有引力的一门学问，所以世界线的长度这个概念继续有效。爱因斯坦后来成名以后，有一群人经常问他同一个问题：到底什么是相对论。爱因斯坦不胜其烦，于是这样给普罗大众介绍相对论，他说：“引力不是人们坠入爱河的原因所在。人世间，初恋是如此重要的生物现象，你怎么可能根据化学和物理学来解释呢？把手放在火炉上一分钟，你会觉得像一个小时那么久。而和你心仪的女孩偎依在一起，一个小时就像一分钟那么短暂。这就是相对论。”爱因斯坦这段话的本意大约是想说明，时间是私人的，也是相对的，并不存在绝对的唯一的时间。作者张轩中曾经多次在科普讲座中谈到双胞胎悖论的时候，应用了比较正统的相对论学家们的观念，首先参考的是梁灿彬老师的著

作《微分几何入门与广义相对论》——他是用世界线的长度代表固有时间来解释这一悖论的，当然张轩中把四维加速运动看成是一个需要消耗能量的过程，总是说“谁消耗的能量与钱多，谁就更年轻！”。1966年，真的做了一次双生子旅游实验，用来判断到底哪个寿命长，同时也一劳永逸地结束了纯理论的争论。不过旅游的不是人，是μ子。旅途也不在天外，而是一个直径大约为十四米的圆环。μ子从一点出发沿着圆轨道运动再回到出发点，这同乙（姐姐）的旅行方式是一样的。实验的结果是，旅行后的μ子的确比未经旅行的同类年轻了。我们似乎可以这样作结论了：谁相对于整个宇宙作更多的变速运动，谁就会活得更长久。

（2）

可以说双胞胎悖论催生了一个相对论文化圈。接下来的问题就是要确定地球作为一个近似惯性参考系（或者说我们所处的时空近似为一个闵氏时空），它的近似程度是怎么样的，不幸的是，这是一个技术性问题，很难一针见血地加以说明，实际上说明这个问题，可能需要GPS的技术人才。

但可以借鉴马赫等人的说法，如果你抬头看星空，发现星星被没有像旋转木马一样绕着你的脑袋旋转，那么很有可能，你是处在一个惯性参考系之中。

你在地球上生活了那么多年，看到过星星都绕着你的脑袋旋转吗？

这在半哲学的程度上证明了，至少地球与宇宙中的很多星星保持了相对的平衡状态，地球与它们的地位接近相等，在整个宇宙背景中，地球是一个很普通的星体，它基本上可以被认为是一个近似的惯性参考系。

于是，对相对论文化圈来说，一个更难的问题马上就会浮现，到底什么是参考系？有没有让大家公认的良好定义呢。那么，首先地球到底

是不是一个完美的惯性参考系呢？我们要再次提到Saganac，这个与朗之万与居里夫人同时代的法国物理学家。

Saganac效应说的是，在一个旋转刚体上朝旋转方向和背着旋转方向发出的2束光再重逢的时候，它们花了不同的时间。因此，从物理的眼光来说，地球的自转使得地球其实是一个非惯性参考系。如果有工程师们读到这里，马上就可能分野为几种不同的派系，对这个实验的解读，也会有大不同，其中有一个派系，是否认此物理效应的存在，这个派系当然是最掩耳盗铃的一群人。因为从一个基本的实验事实可以看出：Sagnac效应是真实的物理。在GPS或者其他的各种全球定位系统中，都可以发现，在赤道上朝东和朝西2个方向发出的光，在被天空中的卫星接收到的时候，会有时间差，这个时间差的一部分，来自引力场的贡献，另外一部分，则来自Sagnac效应。

对于大部分人来说，最容易造成误读的，其实不是Sagnac效应本身，而是对于所适用的理论的选择。首先，我们可以肯定的是，Sagnac效应的计算，不需要使用广义相对论，这是一个纯粹的狭义相对论问题。地球作为一个小小的非惯性系是处在一个平坦的时空中的，它的自转会引起一点非惯性系的效果。在相对论的语言中，参考系是一组观察者的集合（也就是世界线的集合）。精确地说，地球作为一个非惯性参考系，其现实意义在于，地球上静止不动的人们，他们的世界线不是测地线，因为地球的自转，会引起这些人所对应的世界线随着地球自转一起在平坦时空中扭转——相对论工程师们大都吃过天津大麻花，也一定吃过油条，这种相互缠绕的结构，出现在世界线中，就是非惯性系。有的读者一定会更深入一步，说地球有引力场，它周围的时空一定不是平坦的。这当然也对，但对学习Sagnac效应的物理本质毫无裨益。美国航天局在2011年5月4日发布消息称，该局2004年发射的“引力探测器B”卫星已经证实了大质量物体的旋转还会拖动周围时空结构发生扭曲，这就“惯性系拖拽效应”。按照新闻报道中的科学家的通俗比喻，“惯性系

拖拽效应”有点像把一个橡皮球放入盛满糖浆的大碗，橡皮球或者说大质量物体的转动，会带动糖浆或者说时空结构跟着一起运动。“引力探测器B”的主要装备是4个超高精度的回转仪。当“引力探测器B”在距离地球约640公里的极地轨道上开始运转时，4个回转仪自转轴同时对准遥远恒星——IM Pegasi。如果地球引力不影响时间和空间，那么回转仪自转轴将一直指向初始方向。实际观测结果是，受地球引力拖拽，回转仪自转轴方向发生了可测量的细微偏移。但是，对Sagnac效应来说，“引力探测器B”所证实的“惯性系拖拽效应”只能说明地球是在自转，而且会引起可观测的物理效应，它与Sagnac效应没有一毛钱的关系。

麦克耳孙-莫雷实验是一个在地球上做的实验，实验的结果与时间无关，与空间无关，具有强大的说服力。光速不变原理已经成为狭义相对论大厦的基础，但对它的理解还是有很多相对论工程师觉得困惑。作者在经历了长时间的艰苦探索以后，发现这个问题与对光速的定义和理解有关。光速不变原理其实也正在被悄悄地误读，人们忘却了其本质的前提，而到处滥用此原理，错误地以为，在任何情景下，在任意定义下，超光速都不应该。但是，比如在宇宙学中，人们很容易计算出，远处宇宙空间的膨胀速度正在以比光速还要大很多的速度发生。在时空中，如果单纯使用光子运动的距离，除以光子运动的时间，得到的也一定是一个模糊不清的概念，众所周知的是，在相对论中，距离和时间，都不是固定的量。因此如果可以重新来描述此光速不变原理，应该说：“在任何观察者对物体的当时当地的局域测量中，该物体的速度都不能超越光速，而光速是一个恒定的常数。”

因此，严格地指定是什么观察者在观测，是谈话和讨论的基础。

在相对论中，有两种不同的测量方式。这两种方式如下：

1．依赖光信号的传播，只有一个观察者来进行测量。

2．不依赖光信号的传播，在时空中存在各种观察者，在当时当地进行直接测量。

要搞清楚此两种基本的测量方式，是很重要的。光速不变原理，符合第二种测量方式。那么在Sagnac效应，到底是谁在测量呢？转盘上的观察们到底看到了什么？

麦克耳孙-莫雷实验是一个非常精彩的物理学实验，如果大家去看陈应天老师的科普书《相对论时空》，就可以看到那里有一张漫画，画的是怎么测量一架飞机自身的飞行速度，可以通过一个声纳朝2个相互垂直的方向发出声波，然后通过接受到这两个回声的时间差来计算出飞机的速度，这是一个很巧妙的发明。

麦克耳孙-莫雷实验也是同样的原理，但是，结果却与飞机的情况大相径庭。

在两个垂直的方向上发射的光，人们本来渴望能够测出地球的公转速度，但是，现在却是测量不出来的，地球就好像一架飞机，但无法用现在光传播的时间差来倒推出地球的速度。换句话说，在这个情景下，光的传播在两个方向上没有表现出时间差。

什么是时间差？这里的时间，其实是一个观察者所使用的时间。

这个观察者，也可以被认为是站在干涉仪之上的。

可是，这个干涉仪明明是在地球上，随着地球在自转，为什么测量不出时间差来呢？Sagnac效应不是告诉我们，在这样的光路中，应该存在时间差吗？为什么没有干涉条纹呢？地球的自转如何体现？

其实原因很简单，从理论上来说，地球的自转应该会给麦克耳孙-莫雷实验带进Sagnac效应。但是，这个效应太弱了，麦克耳孙-莫雷实验测量不出来这个微弱的干涉效应，把它当作噪声忽视了！

自转的地球上麦克耳孙-莫雷实验中Sagnac效应太弱的原因很简单，其中一个主要的原因是地球自转的角速度太小，地球24个小时才自转了360°，而一般用在Sagnac效应上的旋转平台，每分钟都能转几百转，因此不可同日而语。

这件事情其实告诉我们，物理是一个统一的整体，各种物理效应都

可能出现在同一个实验中，但我们要抓住实验的最本质内涵。麦克耳孙-莫雷实验的本质是说，在忽视地球引力场和地球自转的影响下，地球本身是一个惯性系，在惯性系中，光速是不变的。

如果翻开张元仲老师的《狭义相对论实验基础》，在第13页我们可以读到：“由于地球每秒以三十公里的速度绕太阳公转，因此在一年四季的不同时间内，地球上的实验室就是不同的惯性参考系……”

以Sagnac效应作为基本原理的光纤陀螺仪器在导航上大量使用，但对Sagnac效应的相对论解释却是大多数工程师们所不具备的。如果把光纤陀螺仪放在地球上，如果光纤陀螺与地球的自转平面垂直，那么你看不到干涉条纹，但是，如果光纤陀螺与地球的自转平面平行，那么你可以看到干涉条纹。这个基本的实验事实似乎说明：地球的自转可以被测量出来。

读费保俊老师的书《相对论在现代导航中的应用》，就会发现Sagnac效应已经很清楚了。总的来说，这个是一个起源于度量之中出现时空交叉项而引起的力学效应。如果翻开《相对论在现代导航中的应用》此书的第103页，我们就可以看到，在地球系中，因为考虑到地球的自转，在地球系中光传播的运动方程可以被解出，从地球的赤道面上同一点发出的两束光，朝东发出回到原点的时间，比朝西发出回到原点的时间，要多花207纳秒。

我们已经知道，每秒钟光可以绕地球的赤道走大概7圈半，因此，这207纳秒也不算是一个很小的小量，尤其在精确制导的导弹上，这207纳秒可以引起导弹几百米的误差。如果不消除这个Sagnac效应的影响，本来要打到长江南岸的导弹，会直接飞到长江北岸。

因此，可以通过Sagnac效应来大致估计一下地球接近于一个惯性参考系的程度，这纯粹是一个工程学上的问题。

（3）

萤火虫会在黑夜里留下一个光痕。看到一个空间轨道，如果你总能想到沿着时间在时空中拉成一个世界线，于是，一些基本的问题会像海浪一样涌上来。你还会问：

1．存在不存在闭合的世界线？

2．时空流形上的两个时空点之间，可能不可能有无穷多条测地线连接？

这样的怪问题会越来越多，但只有这样，才可能有异常的眼神，人们看到的是时空点的集合，相对论专家看到的是线条（世界线）的集合，这样下去，才能解决朗之万与Sagnac等法国物理学家们心头的困惑。

30　广义相对论

（1）

爱因斯坦在伯尔尼大学做无薪的讲师，觉得自己地位颇低，虽然普朗克把自己评价为活着的哥白尼，但江湖上还是不太承认自己的独特地位，这让爱因斯坦内心有一种苦闷，讲师的地位实在是太低了，爱因斯坦于是回到了自己大学时代度过的那个城市——苏黎士，苏黎士风景秀美，苏黎士大学可以给他副教授的职位。

爱因斯坦觉得，能再次来到苏黎士，天地开始开阔起来。

这个时候，狭义相对论已经开始在市场上缓慢流行，爱因斯坦不会停止自己的脚步，他脑子里有一个巨大的问号，这个问题在牛顿的《光学》一书里也曾经提出来过，那就是：

引力场的存在会不会使得光线走过的空间路径弯曲？就好像斜抛出一个苹果，苹果在空间将划出一条抛物线？

爱因斯坦知道有一个关于光线弯曲的重要定理，这个定理就是菲涅尔定理，描述光的折射。

1．光在同一个媒介沿着直线传播；

2．在不同媒介的交接面上，光线发生折射，入射角和折射角的正弦之比是折射率的倒数比。

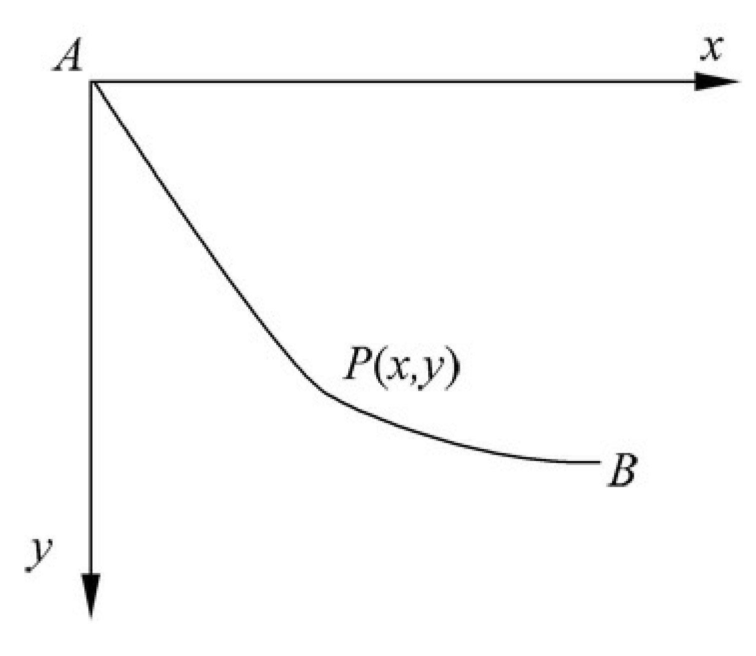
这个定理是非常强大的，但它本质上是费马原理。光从a点到b点的传播时间取极小值（或者说光程取到极值）。用这个原理可以解决一系列平面几何问题，比如可以证明在任意三角形的内接三角形中（每个顶点在依次在外面那个三角形的边上），以垂足三角形的周长最小。

爱因斯坦在考虑光线弯曲的过程中想到过这个原理，他发现在理论中存在以下雷同的地方：

1．最速降线

2．光线折射

“最速降线”的问题是一传统的问题。如果在平面重力场中，高处有A点，低处有B点，如果A，B不在一条铅直线上，那么，在两点之间连一条曲线，问什么曲线能让小球沿这个轨道滑下来用的时间最短。



函数y（x）的曲线

牛顿当然思考这样的问题，但不知道怎么做。问题留给了伯努利家族。伯努利兄弟自然是技压群雄，解答了这个问题。

可以写出这个时间的积分。

$$t = \int \frac{\mathrm{d}s}{v}$$

其中，ds是曲线的弧长，v是速率。

这个积分写在直角坐标系中，根据能量守恒，一定是很容易写的。

问题的关键是，你要求t最小，但曲线的形状y（x）没有确定，所以这个积分实际上是一个泛函（注：t是函数y（x）的函数）。最速降线的t是路径y（x）的一个函数。

这一点是非常重要的。——如果读者们有宏大的视野，可以相信，这个问题可以用光线在一个变化折射率的介质中的传播时间最短来模拟。但无论这个问题的模型是什么，总之，这是一个欧拉-拉格朗日变分问题。

好了，以上这个积分其实可以看成一个阿贝尔变换。

在第2章讲过，阿贝尔是挪威的青年，他的生命短暂，但万古长年，他死后就算过2000年，只要还有人类，依然会有人怀念他。他曾经也考虑过引力场中的路径问题，不过换了一个版本。

阿贝尔的问题是：如果有一座山，一个小球因为重力从山上滚下来的时间T是山的高度h的函数T（h）。T（h）的表达式就是上面我们讲的积分，如果你已经知道T（h），那么你能不能反推出这个山的形状。

答案是肯定的，这就是阿贝尔变换存在反变换。正如傅里叶变换存在反变换一样的。

阿贝尔死于肺结核，年轻的阿贝尔死的那个晚上很是孤独。爱因斯坦还活着，爱因斯坦并不清楚阿贝尔的故事，也不知道监狱里的那个发明李群的索菲斯。

有很多东西是爱因斯坦不知道的。

最速降线需要的时间t是一个积分。要求选择积分的路径，让t最小。在这里V是一个常数（总能量为1）减去高度（重力势能）开根号，也就是动能开根号 $V=\sqrt{1-y}$。

而因为光线在运动过程中也走了最小的时间。

$$t=\int\frac{\mathrm{d}s}{V}$$

在平面变折射率的介质中，V是坐标的函数。

$$V(x,y)=c/n(x,y)$$

显然，如果取折射率满足 $n(x,y)=\frac{1}{\sqrt{1-y}}$，那么，光线在变折射率中的弯曲的轨道就是最速降线的轨道。

换句话说，几何光线的弯曲可以用重力场中的有质量粒子的下落轨道来模拟。

这在数学意义上把光线弯曲和重力联系了起来。这就是山寨版本的广义相对论，也是任何一个具有初中物理水平的人可以作出来的。爱因斯坦在1912年，开始思考引力场中光线弯曲的问题，也采取了类似的办法，但结果不完全对，为什么呢？因为引力场实际上不能用一个标量势函数来描述，而是一个4×4的矩阵。在某种意义上，我们也可以称爱因斯坦的广义相对论是一种“矩阵场论”。

（2）

爱因斯坦的狭义相对论出来以后，广义相对论也不是没有苗头的。因为埃伦费斯特马上提出了一个转盘的悖论：根据爱因斯坦的狭义相对论，运动速度快的物体长度要收缩。所以，如果一个旋转的圆盘，它的角速度是一样的，但线速度随着半径不同会不一样，于是，在一个宏观的惯性系的观察者们看来，这个圆盘的外围收缩得比内部要厉害一些。

这样的话，整个圆盘就要被扭曲了！！！

可是，跟着爱因斯坦转盘一起旋转的观察者看来，转盘是静止的，所以转盘根本不会扭曲。

这就是爱因斯坦转盘引起的一个深刻的问题。

牛顿的旋转水桶和爱因斯坦的转盘，在物理模型上来说是一样的。但细节上有所区别。

我们看到水桶的表面弯曲起来，在牛顿的语境中，这和狭义相对论是没有关系的，本质上，这样的水面是一个等势面，也就是引力势和离心势的和是常数的一个面。

我们说爱因斯坦的转盘也会扭曲，这是因为我们考虑了狭义相对论的尺缩效应，并且这个结果是一群静止的惯性观察者们看到的。它们能测量转盘的周长和速度，会发现圆盘转起来以后有了扭曲。可是，跟着爱因斯坦转盘一起旋转的观察者看来，转盘是静止的，所以转盘根本不会扭曲。所以，这里就存在这样一个问题，爱因斯坦转盘到底有没有扭曲呢？

要回答这个问题，必须搞清楚一件事情，那就是，那一群静止惯性观察者们和另外那一群随转盘一起旋转的观察者，它们之间到底是什么关系？爱因斯坦转盘上的观察者，是趴在转盘上的一群看客，从数学上来说，他们就是平坦的闵氏空间上的一个类时矢量场——他们的世界线是这个矢量场的积分曲线。这个矢量场的一个显著的特点是——它不是超曲面正交的——因此它们根本不存在统一的空间观念。

在广义相对论中，一个矢量场就是在时空上的每一个点指定一个方向，就好像在纸面上画的电场线是一样的。但有的时候，相对论学家把矢量场和它对应的一形式场看成同一个事物。一形式场（one form）是非常重要的，因为在数学上，有一个很重要的微分几何引理，被称为庞加莱引理，这个庞加莱我们提到过的，是一个数学奇才。但这个引理可能是张冠李戴放在他的名下，实际发现者另有他人。庞加莱引理是很广泛的，基本上包含了矢量分析的全部内容。应用到一形式场，如果一个一形式场p满足dp＝0，那么，可以知道，局部地有p＝df。这里f是一个函数，也就是说，p这个一形式场可以看成是一个函数f的微分。

这个时候，我们说，p是可积的。

换句话说，判断p是不是可积，我们要看dp是不是等于0。

已经说了，一形式场p对应的就是矢量场V，如果p是可积的，那就等于说，与p对应那个矢量场V就是可积的。这个时候，直观一些地想像，就是，你可以找到一个超曲面，使得这个超曲面的法方向就是V。

但这样的情况很少发生，读者们需要注意的就是，可积的矢量场是

非常稀少的。

并且，我们还需要知道，对于类时的矢量场来说，可积性这个条件是比超曲面正交的判断条件要强一些。换句话说，可积的，那一定是超曲面正交的，但反过来不一定对。

超曲面正交也有自己的判断公式，这被称为FROBENIUS定理。简单地说，如果一个一形式场p是超曲面的、正交的，那么，我们可以知道必然有p和dp的外积是等于0的。

在数学上来说，超曲面的正交相当于说p＝gdf，其中g和f都是函数。

或换句直观的话说，这个时候相当于说p和dp是“平行的”。

超曲面正交的意思是说，与矢量场V垂直的矢量们是可积的。对于爱因斯坦转盘观察者们来说，与这些类时的矢量场垂直的矢量场们如果可积，那正好是一个空间部分。但不幸的是，爱因斯坦转盘观察者们作为一个类时矢量场不是超曲面正交的，所以对他们来说，连空间的定义也有点问题了。

科普读者们需要知道，空间是依赖于观察者的，不同的观察者有不同的空间。

（3）

1915年6、7月，爱因斯坦在哥廷根作了6次关于广义相对论的学术报告，主要是和希尔伯特讨论场方程该如何从作用量里导出。11月爱因斯坦提出广义相对论引力方程的完整形式，并且成功地解释了水星近日点进动。爱因斯坦是从广义协变性里推导出引力场方程的。而到了1916年，3月他完成总结性论文《广义相对论的基础》，广义相对论正式出炉了！几乎在同时，数学家希尔伯特构造了引力场的希尔伯特-爱因斯坦作用量，用物理学的标准化程序通过对度量变分也得到了引力场方

程，他说：“哥廷根大街的每一个小孩都比爱因斯坦更懂四维几何，但发明广义相对论的是爱因斯坦而不是数学家。”

对于物理学家来说，作用量是物理中最基本的，有了作用量物理学家就有了一切，因为上帝在创造这个宇宙的时候，总是有一个单纯的原则，那就是让作用量取到极小值。

无论怎么样，爱因斯坦方程是完全不依赖坐标系而写出的张量等式，是天人合一的典范，它的出世，表明纯粹理性具有非凡美感，人类心智，极富荣耀。

$$G - ab = T - ab$$

也就是说

$$R_{ab} - \frac{1}{2}Rg_{ab} = T_{ab}$$

其中R_{ab}是里奇张量，T_{ab}是物质场的能量动量张量。可以在数学上检查下方程的左边求协变导数等于零了。

这里要注意的是，T_{ab}是非引力场的物质场的能量动量张量，引力场的能量动量怎样描述，从开始到现在，都是让人困惑而痛苦的。后来邦迪和塞司有一些关于引力波携带的能量的工作，才说明这一点非常复杂。爱因斯坦一开始写出的方程与正确的方程是有点神似的，但物理上却过不去，因为方程的右边，物质场的能量动量张量的协变导数必须是零——能量动量对任何参考系都应该是守恒的。但是，如果要把协变导数作用到方程的左边，却一般不是零，除非你对曲率提出额外的要求——要求标量曲率是一个常数。换句话说，左边的曲率，其上面天然的限制条件是毕安基恒等式，但这个数学条件与能量动量对任何参考系都应该是守恒的物理规律在爱因斯坦最初的方程中是冲突的。

所以，爱因斯坦知道，需要对方程做一些微调。（微调这个词语就好像中央银行说要微调货币政策，往往会引起股票市场的大变化，因此

爱因斯坦对方程的微调也有很深刻的影响。）微调以后的方程才是正确的爱因斯坦引力场方程。

爱因斯坦的引力方程显得有点来历不明，被认为是神来之笔，后来爱因斯坦的笔记本被发现，大家才发现原来这个笔记上也是一片潦草、苦闷和彷徨。

爱因斯坦引力场方程出来了，这方程显示，几何等于非引力物质场。这是很奇怪的一个方程，那么，引力还是一个物质场吗？如果没有非引力物质，那么，$T_{ab}=0$。

这个时候，叫做真空引力场。

外一篇　真空爱因斯坦引力场

在相对论专家彭罗斯的科普写法中：

黎曼＝＝里奇＋外尔

真空的引力场是非常有趣的，因为真空中，黎曼曲率只有外尔张量，所以，后来有人开始研究真空引力场的代数分类，或者说研究外尔张量的代数性质，就好像研究矩阵的特征值一样，这个故事是相当有趣的。这代数分类，称为佩多夫（Petrov）分类。

佩多夫是苏联人，他在1954年左右开始考虑外尔张量或者黎曼张量的代数分类，到1966年，思路已经完全成熟。他显然是苏联人中研究相对论而在历史留名的少数人了。当然其他的俄国人就是朗道、泽尔多维奇等人，朗道写的《经典场论》被认为是一代经典。朗道研究相对论的时候，有个中国人跟他一起做研究，他就是段一士。段一士被朗道认为是无比聪明的中国青年。这是几十年前的事情了。段一士对广义相对论的能量问题，有一个自己的表述，被称为“段一士能量表述”。佩多夫也是最早几个认识到20世纪20年代伯克霍夫的定理有缺陷的人之一。他在1963年指出这个错误，离伯克霍夫证明那个定理已经40年了，而伯克霍

夫1944年就去世了，他活着的时候未能看到自己的错误被指出，不失为一件快慰的事情。

什么是外尔张量W-abcd的代数分类呢？佩多夫用的是线性代数的方法，因为外尔张量的下指标（ab）和（cd）是对称的，它可以被看成是一个对称矩阵。

给定一个矩阵M-ab，再给定矢量空间的基，那当然可以把这个矩阵写出来。这个矩阵无论怎么复杂，总可以讨论它的本征矢量。当然本征矢量很有可能是重复的，也可能找不到它的本征矢量。

对于外尔张量W-abcd，情景很类似，这个时候，佩多夫只考虑它的类光本征矢量。当然这四个类光本征矢量也有可能是有重复的，或者找不到这样的类光本征矢量。以下的数字i表示i次重复的本征矢量。

（1，1，1，1）

（2，1，1）

（3，1）

（2，2）

（4）

（退化）

以上五种情景就是外尔张量的分类。对组合数学熟悉的人也许会惊讶，这不正是整数4的无序分拆吗？4＝1＋1＋1＋1＝2＋1＋1＝3＋1＝2＋2＝4。这些型号的名字分别是第一类叫I型，最后一类叫O型——外尔平坦，（2，2）型叫做D型。史瓦西时空和克尔时空全是D型时空。

有了对外尔张量的分类的数学，人们才能很好地处理引力辐射问题。莎斯（Sachs）得到了无质量场的剥皮（peeling off）定理。后来彭罗斯则用旋量语言很简单地重新得到了皮特夫分类。外尔张量其实对应一个前面说过的自旋为2的旋量场。任何一个自旋为n的无质量场全可以用2n个2分量旋量的对称直积来表示。在每一个时空点，这2n个2分量旋量——如果你还记得“旋量是类光矢量开根号”——对应2n个类光矢量，

这些类光矢量被称为这个自旋为n的无质量场的“主类光方向”（principal null direction）。这些类光矢量在任一时空点的光锥之上。如果这些主类光方向全部重合，那么这个场就是类光的。对于外尔张量，是自旋为2的场，它有4个主类光方向，皮特夫分类说明了这4个主类光方向的重合情况。

如果时空是里奇平坦的，那么它可能是代数特殊的。一个真空引力场称为代数特殊的，即外尔张量不是I型或O型的，或者说外尔张量的主类光方向有重合，那就是代数特殊的。

哥腾伯格-塞司（Goldberg-sachs）定理说的是非O型真空引力场是代数特殊的充要条件为它的主类光方向所定出的类光测地线是无剪切的（shear-free）的。剪切是矢量场的形变（distortion）的对称无迹部分。扭转是矢量场的形变的反对称部分。一个扭转的但没有剪切的类光测地线汇被称为“罗宾逊线汇”，罗宾逊在这里也到达了发现扭量理论的边缘。

总之，这样就把时空几何和类光测地线在某个地方联系了起来。

相对论作为一个时空的理论，其基本的意思就是说，时间和空间是依赖于观察者的——但时空是绝对的，在爱因斯坦转盘这个模型里，时空还是平坦的闵氏时空。

在广义相对论中，矢量场也可能会有结构。比如光线是可以被看成是类光矢量的积分曲线的，所以，如果你看到一束光线穿过一个凸透镜，你会发现光线在空间上会被汇聚到一个焦点之上。引力场也有同样的效果。

在这个意义上，类光测地线在时空的几何分析中会有极端重要的作用。

凸透镜成像在任何照相机镜头中都有应用，很好的镜头是需要做像差分析的。相对论中也是如此。

31　美国空军的研究员

（1）

在前面第30章，我们的相对论之旅基本已经走到了终点，接下来的历史不应该被称为历史，因为很多当事人还活着。如果有一天，你可以像钱德拉塞卡一样，坐在从印度到英伦的邮轮上，在夕阳的红晕之下远行，带上一本钱德拉塞卡的书，在漫漫旅途里欣赏海鸥在天边飞行，你也许会惊叹，世界竟然有如此美妙的风景，你也许同时会惊叹，每一只海鸥是死去水手的灵魂。翻开钱德拉塞卡的书，《黑洞的数学》前面的一页里印着两张照片。其中一张照片是史瓦西的，另外一张就是克尔的。如果问1963年以后的相对论工作者，从1916年广义相对论诞生到1963年，最激动人心的事件是什么？答案当然是没有什么激动人心的事情发生，除了克尔解的发现。

1963年有一个相对论专家和天体物理学家的交流会，这个交流会共七天，每天从早上8:30到凌晨2:00，来自美国空军一个研究室的研究员，他在那里做了一个10分钟的演讲，他一上台，天文学家和天体物理学家们就没剩几个，剩下的，也都在小声讨论自己的话题，还有的就是在打瞌睡。

这个研究员就是克尔。他当时是美国空军的研究员。

克尔发现了一个爱因斯坦引力场方程的解——就好像当年塔塔里亚发现了三次方程的解一样，他的内心也是相当地冲动——他找到这个解可以说使用了佩多夫等人的结论也用到了哥腾伯格-塞司（Goldberg-sachs）定理。此解描述了黑洞作为一个定向陀螺如何带动周围的时空旋转。这的确是相对论历史上少有的真正意义上的进步。克尔时空有一个特点，那就是旋转星球的外部时空，不可避免地被星体所拉动，这看上

去，非常像一个旋涡。

因为大多数的星体总是在转动，于是就有角动量，这样的时空，假如转动不能忽视的话，那么它的解显然不能用史瓦西解来研究。所以，克尔解的现实意义是巨大的。

在这个解里，因为存在着相互对易的2个凯林矢量场，这2个矢量场是等度量群的生成元。所以说，它的等度量群是一个阿贝尔李群。

自由落体运动是伽利略最喜欢的，在相对论中，它同样受到所有人的青睐。当考虑在克尔时空外部有一个粒子作自由落体运动，也就是走测地线的时候，我们如何来解出这个测地线。我们需要运动常数来列出方程。对于克尔时空来讲，最重要的性质之一是在它那里存在一个凯林张量。这个凯林张量是一个（0，2）型的张量。它的存在，将使得克尔时空中的自由下落粒子，沿着这个粒子的世界线看，它的能量是运动常数，它的角动量是运动常数，它的质量是运动常数，还有一个运动常数就是这个凯林张量场与粒子的四速的平方相互缩并得到的，彭罗斯称之为卡特常数。卡特是相对论研究中的一个著名人物，他和罗宾逊等人研究克尔黑洞，非常入迷，后来他们发现了比较著名的黑洞无毛定理：渐近平坦的稳态黑洞必然是克尔-纽曼黑洞。也就是说，稳态的黑洞，只可能有三个自由参数，一个是质量，一个是电荷，一个是角动量。罗宾逊是英国的绅士，他和卡特的工作无非是一系列数学，比如说轴对称黑洞必然是稳态的，但反过来可以问的是：稳态黑洞是不是一定是轴对称的。

具有电荷的旋转黑洞非常像一个质子，但它必然比质子大，因为形成黑洞有一个质量下限，那就是以美国原子弹之父奥本海默的名字命名的质量下限，大概是2～3个太阳质量。也就是说，在经典广义相对论中，不能把质子想像成为一个黑洞，因为两者在尺度上，具有天壤之别。但带有电荷的旋转黑洞是最普遍的，这就是克尔-纽曼黑洞。

克尔-纽曼黑洞是最普遍的黑洞，在星体旋转的时候，它的外部不

是真空的，而是有电磁场。这个时候，叫做电磁真空，时空的标量曲率是零，但时空的黎曼曲率不是零。克尔-纽曼时空的标量曲率为零，原因当然是因为电磁场是光子场，光子是零质量的。所以无质量场的能动张量总是没有迹的。克尔-纽曼黑洞具有电荷和质量，但这里面还有无穷的奥秘，一个很奇怪的事情出现了，假如这个黑洞的电荷或者角动量远远大于它的质量，那么黑洞的奇点就要裸露出来。假如真的存在这样的黑洞，那么对于人类来说是很危险的，因果性被很严重地破坏了。因为裸露的奇点要吞噬周围的物质，是没有预兆的。这有点像热带丛林沼泽里的鳄鱼，突兀地吞噬前来戏水的羚羊。单说电荷，在直观上，我们似乎没有能力要求一个黑洞的电荷不能远远大于它的质量。这就是一个荷质比的问题，对于基本粒子，我们可以用磁场来研究运动的带电粒子的荷质比，可以想象，一个粒子的荷质比越大，它在磁场中走的圆周的曲率也就越大。这个是简单的高中物理就可以解释的，也就是洛伦兹力提供粒子的向心力，那么荷质比正比于圆周的曲率。但对于黑洞来说，这个荷质比似乎要满足一定的限制，你不能太大，太大了，黑洞的奇点就裸露出来了。

裸奇点看来是一件糟糕的事情，因为这样的奇点可以突然吞噬黑洞外的事物。设想一下，你正在看的一本书，因为这本书撞上了裸奇点后突然消失。这似乎很诡异，但裸的奇点，它的外面没有视界包裹，像一个没有穿衣服的裸女，让相对论专家对她既爱又怕。彭罗斯猜测，裸露的奇点不应该在自然界出现。这就是著名的宇宙监督假设：上帝禁止裸奇点。

对于微分几何学家来说，彭罗斯的猜测无非是一组艰深的微分方程。谁能够解决这个猜测，谁就能够名垂青史。但彭罗斯本人也无法解决这个问题，所以这无疑是一个非常困难的题目。

（2）

“大质量恒星坍塌后形成黑洞”、“黑洞分为静止黑洞和旋转黑洞，旋转的黑洞就是‘克尔黑洞’”。2011年8月8日下午，国际著名天体物理学家、数学家、物理学家罗伊帕特·里特·克尔（Roy Patrick Kerr）教授，在云南大学的科学大讲坛上讲授《黑洞和时间》，在近一个半小时时间里，克尔教授和场内观众一起就“黑洞”理论进行了知识普及和问答互动。这可能是当年的这位美国空军的研究员第一次来到中国访问讲学，当时的媒体对他的来访基本没有什么报道，可见他与霍金相比，在公众的知名度犹如云泥之别。

那天的云南大学科学馆因有克尔教授的到来蓬荜生辉，来自社会各界的学者、专家、学生和天文爱好者齐聚于此，只为听取这位为人类天体物理学贡献了卓越贡献的老教授的演说，可容纳近千人的会堂座无虚席，连过道和门口都站满了人。演说开始前，在座的每名观众都获得了一个桂圆——因为旋转黑洞的结构很像一个桂圆，克尔教授的演说就从这个桂圆开始，讲述了他28岁时如何求解出爱因斯坦引力场方程的一组精确解，随后他为大家介绍了20世纪60年代天文学和物理学面临的问题、黑洞的科普知识以及“时间”概念需要怎么改变等问题。

克尔教授毕生从事广义相对论、引力论研究，因成功解决旋转黑洞（即克尔黑洞）的引力场和时空问题而为人知。

报告会后的现场互动也你来我往，相当火热。在场听众所提问题逐一涉及“反物质”、“平行世界”、“白洞”、“虫洞”甚至“时光倒流”等诸多概念，都被克尔教授一一解答。这个时候克尔已经到了古稀之年，岁月如一把杀猪刀，时间在他脸上刻满了皱纹，几乎没有人知道他年轻的时候曾经在美国空军当过研究员。

32　贝肯斯坦和霍金

（1）

贝肯斯坦出名的时候还是一个年轻的研究生，那是在1972年，他20多岁。那时候霍金也还很年轻，30岁，但霍金已经很有名气了，因为1969年彭罗斯证明了第一个奇性定理之后，霍金迅速地跑上去证明了第二个奇性定理，1970年霍金和彭罗斯（R.Penrose）合作，证明了宇宙奇性定理：在极一般的条件下，按照广义相对论，宇宙大爆炸必然从一个奇异点开始。由此，他们共同获得1988年的沃尔夫物理奖。

霍金，1959年17岁的时候考入牛津大学学习物理，1962年秋天他到剑桥读研究生，开始研究广义相对论和宇宙学，1965年获博士学位。

而贝肯斯坦的故事，与一种叫“熵”的东西有关系——“熵”简单地说就是一个物体的混乱程度，如果一个女明星的私生活很混乱，我们可以说她的私生活熵很高，熵总是会越来越高，这是物理规律。

“熵”这个字非常漂亮，秀才读半边，一般人就是不认识也可能知道它的发音，“商”，——猜想它与除法有关系。但从字面上看，它与“火”有关系，或者说与温度有关系。没有错，熵S是能量U与温度T的商。

$$S = U / T$$

在刘慈欣的科幻小说《三体》中，也有“低熵体”的说法，智慧生命要维持自己的低熵状态，必须把高熵排泄给外部环境。如果读者想要计算一个人一天要排出多少熵到环境里，可以参考赵凯华老师的书《定性与半定量物理学》。

贝肯斯坦提出黑洞熵的时候在美国普林斯顿大学，是对美国政府无比忠诚的物理学家惠勒教授的博士生。贝肯斯坦和霍金一样，出名很

早，算是一个典范。他年轻的时候天高云淡，历史就给了他机会。他1972年关于黑洞熵的研究直到今天还是量子引力中最为重要的工作。贝肯斯坦的黑洞熵公式里出现了h，出现了G，出现了c，这说明黑洞熵与量子力学有关系，也与相对论有关系，于是，就与量子引力有关系，从道理上来说，这是现代人类文明的最高成就了。

那是在光辉的1972年。

1972年美国总统尼克松访问了红色中国，中国大陆上在进行轰轰烈烈的文化大革命，到处是红旗和虚妄的口号。

1965年7月霍金一拿到博士学位就与一个叫简的女生结婚。1970年他得靠四腿的架子才能走路。1972年他开始使用轮椅至今。1985年他访问中国，在北京师范大学做了一次报告后去了长城，爬完长城后回到欧洲就因严重的肺部感染做了气管切开手术，保住了生命，但从此失去声音。此后他依靠为他专门设计的一台语音合成器来说话，通过握在手上的开关控制计算机，一分钟最多可以造一个简单的句子。虽然很艰难，但霍金却十分幽默而乐观地用这一系统进行语言交流，写论文和著作。本书作者张轩中曾经与霍金在2006年有过短暂交流，发现霍金是用眼睛在电脑屏幕上打字，打几个字就会汗流浃背，让人觉得十分可怜可敬。

也许是他写文章不容易，所以读他写的文章，感觉非常干净，一般不给人乱糟糟的感觉。

可能，1998年是霍金最后的创作时期，他写了很多文章，在hep-th查一下那是他文章最多的一年，他在1998年11月的文章是关于ADS／CFT对偶的，他研究了反德西特空间里的克尔黑洞的热性质。2002年霍金大谈膜宇宙，2004年他在都柏林制造新闻，大谈黑洞辐射的信息守恒问题。黑洞辐射的信息守恒问题科普地说大体是这样的：假如进入黑洞的是一个胖子，那么辐射出来的还是不是一个胖子，他会不会变成一个瘦子。

（2）

早在20世纪60年代，英国物理学家霍伊尔在BBS的广播里有档科普节目，每天晚上大讲相对论啊外星人啊，那在英国是一个科普的60年代——类似于最近的中国，有女航天员太空授课，科普受到热捧——那些夜晚是美妙的，震撼人心的，霍金也听到广播，所以1962年快要在牛津大学毕业的霍金，申请去剑桥大学攻读宇宙学博士学位，他心目中的导师就是霍伊尔。但是后来剑桥大学安排给他的导师是一位他从没有听说过的丹尼斯·莎玛（Denis Sciama），霍金将这视作灾难，丹尼斯·莎玛也培养了一批相对论方向的研究生，包括霍金与卡特在内，八卦一句，上海天文台的景益鹏也在丹尼斯·莎玛那里学习过，当时丹尼斯·莎玛已经去了意大利的里雅斯特理论物理研究所，景益鹏做的东西偏天文，也是张轩中在浙江春晖中学毕业的师兄。

1970年的霍金发现黑洞的有趣的动力学性质，如果两个黑洞碰撞并且合并成一个单独的黑洞，围绕新形成黑洞的事件视界的面积比分别围绕原先两个黑洞的事件视界的面积的和更大，这相当于说1＋2＞3，这样的记号不能往死里理解，正如歌德巴赫猜想不是真的要证明1＋1＝2。霍金的这个发现就是面积不减定理，它无疑暗示，在一颗黑洞的事件视界面积和热力学的熵很类似。热力学第二定律说，熵总是随时间而增加。如果把黑洞的面积理解成为熵的话，那么这一切就很漂亮，霍金的“面积定律”，即稳态黑洞的“视界”的面积随时间永远不会缩减，这似乎与热力学第二定律有异曲同工之妙。但黑洞动力学可以当作黑洞热力学吗？当时的霍金还没有这样的意识。

霍金天然地认为黑洞没有温度，那它就不可能有熵——因为物理学家从来没有相信过黑洞是像木炭那样烧红了在天空中，而一直以为它是全黑的，也就是没有温度的。所以他觉得黑洞的视界肯定与热力学的熵没有关系。但是远在美国的年轻人贝肯斯坦（Jacob Bekenstein）有一天

对惠勒教授说：“黑洞视界的面积不只是接近黑洞的熵——实际上就是黑洞的熵。因为……”

因为什么呢？

假如黑洞存在，就在你的办公室里，你把一杯开水倒进黑洞里，那么杯子里的熵就减少了，这是违背热力学第二定理的，所以只能把黑洞和杯子看成一个整体，熵没有减少，而是跑到黑洞里去了！

惠勒对贝肯斯坦说：“你的想法有点大胆的疯狂，但很有可能是对的，那么你就拿出去发表吧！”于是贝肯斯坦在1973年在《黑洞热力学》一文中正式发表了自己的观点。注意，这个文章的题目看上去是前无古人的，是关于黑洞的“热力学”，不是动力学。这里面有一个在霍金看来很不爽的“热”字。

霍金严重地不相信，他和其他两人立即在1973年2月的《数学物理通讯》上发表了经典的《黑洞力学中的四个定律》的论文，反驳了贝肯斯坦。

这个文章思路很清楚，是霍金那简洁明了风格的写照，也算是广义相对论研究的集大成之作。他完整地写出了黑洞动力学的四个定理。情景完全类似于牛顿的三个运动定律。

黑洞动力学第零定律：稳态黑洞的表面引力在视界上是常数。

黑洞动力学第一定律：稳态轴对称黑洞质量M，事件视界面积A，表面引力k，角动量J，角速度W满足一个关系dM＝（k/8π）dA＋WdJ。黑洞动力学第二定律：事件视界面积在演化中不会减少。

黑洞动力学第三定律：不可能通过有限次操作把黑洞表面引力降为零。

但是，这四个定律，其实越看越像是热力学定律。

第一定律和热力学第一定律很相似，也就是能量守恒定律，只要把k看成温度，A看成熵就行。第二定律是霍金之前的结果，它不允许单个黑洞分裂成为两个，而且要求两个黑洞碰到一起形成新的视界面积一

定要大于原来面积的和。第三定律并没有严格的数学证明，但是有些很强的证据，它与从旋转黑洞里提取黑洞转动能的彭罗斯过程有关系，彭罗斯过程可以降低表面引力，但是当表面引力越来越低的时候，彭罗斯过程的效率也越来越低，趋于零。这在热力学里就是说，绝对零度是不能达到的，也就是能斯特定理。

但从这样的相似性里还不能断言，这四个黑洞力学公式就是黑洞热力学的定律。因为黑洞是一个绝对的黑体，它温度为0，什么样子的辐射它全能吸收，所以它的熵要是存在，那一定是无穷大。所以霍金他们确定：黑洞动力学和热力学定律的相似只是表面的。

贝肯斯坦发表文章以后，自己也犯嘀咕。他后来回忆说："在1973年那些日子里，经常有人告诉我走错了路，我只能从惠勒教授那儿得到安慰，他说，'黑洞热力学是疯狂的，但疯狂到了一定程度之后就会行得通。'"开始霍金根本不把初出茅庐的贝肯斯坦放在眼里，但是，最后贝肯斯坦胜利了！

贝肯斯坦的直觉是正确的，同时他也是幸运的，因为他的想法其实不是最深刻的，甚至于是有一点naive。他要想服众，必须说明一件事情，那就是黑洞不是零温的，这样的话，黑洞因为具有温度，才可能具有有限的熵。这一次还是霍金挽救了他。1974年年初，霍金把量子力学用到黑洞领域，他非常惊讶地发现，黑洞似乎以恒定的速率发射出粒子。

这一次，霍金简直成了神。

以前的经典广义相对论认为黑洞不能发射粒子。但当量子力学加进来的时候，黑洞正如同通常的热体那样产生和发射粒子，这热体的温度和黑洞的表面引力成比例并且和质量成反比，它的辐射谱是热谱，所以辐射不带有任何有意思的信息。但这使得贝肯斯坦关于黑洞具有有限的熵的论点站住了脚，黑洞以某个不为零的温度朝外辐射，黑洞有熵。

（3）

1973年的圣诞节是霍金黄金时代的高潮。他开始用弯曲时空量子场论证明了坍缩中的黑洞会有热辐射。这意味着黑洞并不是完全黑色的，这是一个伟大的进展。到了1974年的1月，在他的文章正式发表之前，他把这个想法告诉了莎玛，莎玛把这个消息告诉了彭罗斯，彭罗斯也非常兴奋。马上就有很多别人的文章引用霍金的结果，在当时还没有互联网，但整个研究引力物理的圈子已经轰动了。可见当时霍金对黑洞热辐射的证明颠覆了经典广义相对论给人留下的冰冷印记。这一年霍金才32岁，还算是非常年轻的研究人员。

黑洞居然是热的！

大家全在谈论霍金的工作。英国有一位叫泰勒的理论物理学家在霍金做报告的时候作为会议主席激烈反对霍金关于黑洞热辐射的观点，并且拉着另外一位物理学家当场离开了会场，他认为霍金简直是一派胡言。苏联的泽尔多维奇一开始也持保留意见，他小组里的其他成员自然也不敢支持霍金——因为当时苏联的研究小组，在学术思想上也是非常专制的，学派领袖具有非常高的权威。

霍金的工作在1974年发表在《自然》杂志上。他的证明是用到量子场论的。1976年，意大利的鲁非尼（Ruffini）和他的研究生达莫（Damour）用量子力学重新证明了黑洞具有热辐射。

黑洞辐射的温度和黑洞的质量成反比，所以对于恒星形成的大质量黑洞来说，热辐射的温度比宇宙背景辐射的温度还要低很多，所以没有什么现实意义，但对于人造小黑洞就不一样了，比如两个质子碰撞，如果碰撞的能量足够高的话，碰撞就会产生一个小黑洞，然后小黑洞蒸发，就会产生一些光子，引力子，中微子等——这是人们希望在高能强子对撞机里看到的实验现象，读者们可以等待2015年以后LHC的实验结果。当然人们只能到黑洞的辐射谱，根本看不到碰撞之前原来的那两个

质子的信息，但目前的全息原理认为，原来那两个质子的信息，包含在黑洞的视界之上，只不过不能把这些信息提取出来而已。

黑洞辐射的谱与宇宙微波背景辐射一样，是黑体辐射谱。什么是黑体热辐射呢？在一个夜晚一群人围坐在炉子边上聊天，山河大地，一片苍茫。但大家感觉到身子是热的，这就是热辐射在起作用，黑体谱的意思是发光的炉子本身达到了热平衡——比如太阳的外层，里面的核反应源源不断提供的能量与辐射出去的能量相互平衡，所以太阳辐射就是典型的黑体辐射。黑体辐射的粒子是光子，也可以是其他粒子。

热辐射的光子数目是非常多的，多到要以1mol为量纲，也就是10的23次方个。这么多的光子当然需要用热力学统计。玻耳兹曼和麦克斯韦等人早已经发展好了热力学统计。对于处于热平衡的系统，可以引进配分函数，然后计算平均能量。在普朗克的计算过程中，因为一个粒子处于能量为E的热力学概率是exp（－E／KT）。但E＝n＋1/2（n是自然数，这一步是量子力学的，也是引人入胜之处）。计算配分函数的过程就是高中数学的等比数列求和，而根据配分函数就可以得到普朗克的热谱。

黑洞的热辐射谱也正是普朗克谱。和普朗克一样，霍金也是考虑了量子效应。因为在黑洞的表面，真空的涨落会产生虚粒子对。虚粒子对是一对生死契阔的情人，一般情况下不能分开，要想把这两情人分开，需要外场提供能量，比如电场，或者引力场等。牛郎和织女本来是不会分开，许仙和白素贞本来也不会分开，但一旦外来的黑暗势力介入，情人就分开了。这就是爱情之所以成为千古绝唱的原因。

虚粒子对因为黑洞表面强大的引力场的拉扯而错失对方的手。当其中一个虚粒子被黑洞的强大引力吸引掉进了黑洞，那么他已经与他曾经的情人阴阳两隔，只能是人鬼情未了。

现在假设情人中的女孩已经被黑洞强大的引力场带走，男孩有两种选择。

（1）跳进黑洞，跟着女孩。

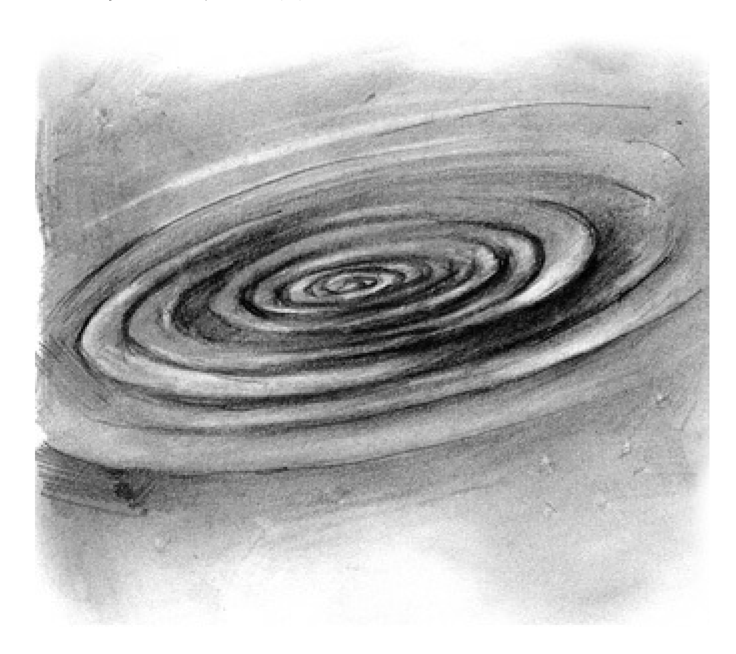
（2）远离黑洞。

选择（2）方案的男孩跑出来，就成了霍金辐射。这很像电影《大话西游》里的至尊宝孙悟空，他放开了紫霞仙子的手，紫霞仙子进入了黑洞，已经死去，至尊宝孙悟空失去了爱情，就一个人独自走开，也许他确实应该去西天取经，爱情已经没有了，生命还留着，那么干点什么呢？自然是干一些舍生取义普度众生的事情。

霍金辐射就是这样产生的，这个逃离了黑洞的男孩现在没有了爱情的牵绊，相当的自由。有很多这样的男孩子，他们成群结队，翻过一个叫里格-惠勒的山。他们有的正穿过星汉灿烂地奔向我们的地球。

黑洞对他们来说，是埋葬爱情的最美丽的坟茔。相思宛若离草，爱恨渐行渐远。

他们要发光，照亮这个黑洞。



黑洞　绘画：张京

33　宇宙学

（1）

1917年，爱因斯坦想把他的广义相对论应用到整个宇宙，他这个时候是38岁，之前的研究工作几乎全部尘埃落定，他已经到达了他个人研究的高潮时期，并且开始走下坡路了。1917年他还搞了一件事情，那就是激光的原理，要知道这时候连量子力学还没有建立起来呢，而1917年以后，爱因斯坦也不是无所事事，他搞出了玻色-爱因斯坦凝聚，也提出了EPR悖论，所以，爱因斯坦一辈子在这么多领域里做出杰出贡献，爱因斯坦在科学成就上远远超越霍金，论科学成就，如果爱因斯坦得100分，霍金最多只能得40分，所以称霍金是当代活着的爱因斯坦毕竟有不少水分。闲话暂且不表，1917年爱因斯坦当时相信宇宙静态——就是说宇宙是一个永恒的不会变化的一个空间，静态宇宙模型在空间上是一个三球面，所以为了得到静态的宇宙，他必须提供抵抗引力的排斥力，于是他引进了正的宇宙学常数，来产生排斥力。爱因斯坦的静态宇宙是经受不起微扰的，也就是说，一个胖子在地球上跺脚，可能引起宇宙剧变，天崩地裂。所以，这一次爱因斯坦在物理上表现得非常粗糙，简直显得有点业余——他的宇宙模型就好像是放在马鞍面上的篮球，随时都会滚下来。不过2005年在纪念爱因斯坦提出相对论一百年的时候，大物理学家温伯格写了一篇广为流传的文章，题目叫《爱因斯坦的错误》，在文章中，温伯格认为爱因斯坦提出静态宇宙模型在当时是非常正常的。

1917年爱因斯坦提出静态宇宙模型，这是他把广义相对论运用到宇宙学的第一个实际运用。可是没几年，天文学家Slipher发现了远处有不少星系似乎都在离开我们银河系。这个观测似乎表明，宇宙空间正在膨

胀。

爱因斯坦这个时候开始意识到他的静态的死气沉沉的宇宙模型应当放弃。尽管这样，爱因斯坦作为宇宙学的创始人他的工作为后来的宇宙学理论的发展奠定了立法基础：首先是宇宙空间演化的动力学服从广义相对论引力方程的规律，也就是说，宇宙这个大时空其基本结构由物质场决定，其次是宇宙空间存在所谓宇宙学原理，也就是说，此地与彼地没有区别。当时这个宇宙学基本法的两点都并没有事实基础，而只是猜测性的假设。

1922年，俄国物理学家弗里得曼在爱因斯坦宇宙学原理的假设下建立了膨胀的动力学方程。因为当时在天文上还没有任何观测能证明宇宙的空间部分正在膨胀，所以这个理论被束之高阁。一直到了七年之后，1929年，美国天文学家哈勃发现：其他星系在向远离我们银河系的方向运动，其离开的速度（通过光的红移来计算）与距离成正比。

（2）

今天被称为大爆炸理论的一系列论文是伽莫夫等人在1949年前后两三年里发表的。

杰出的天文观测家哈勃也犯了个不小的错误，在他发现的膨胀规律中把速度与距离之间的比例系数（即哈勃常数H_0）的值是H_0＝500km/s／Mpc。按动力学理论一推算，这意味着今天的宇宙年龄约是20亿年。当时已经知道，地球的年龄是45亿年，地球诞生在宇宙之前，这当然是不能接受的结果。此后20年宇宙学几乎没有进展，一直到了1949年。

伽莫夫在1949年问了一个问题：一切星系形成前的宇宙是什么样的？由于星系形成过程的不可逆，要用物理规律来追溯回去是不可能的。伽莫夫猜想，那时的宇宙应是一大片均匀的高温气体，根据自引力不稳定性理论，均匀气体中的小密度起伏是会发展出物质结块的。至于

事实是否如此，事先无法知道。

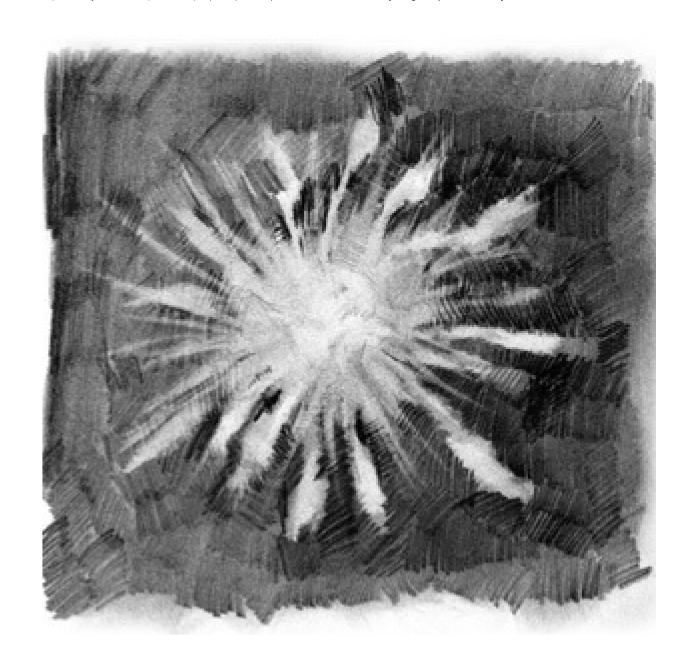
他首先研究了化学元素的起源问题，按伽莫夫的理论，宇宙年龄为1秒的时候，宇宙中粒子的热动能约为1MeV。那时热碰撞足以使原子核解离，所以化学元素应当是此后产生的。当时已经初步知道，氦在今天宇宙中的丰度约高达1/4，它是除氢之外丰度最高的元素。虽然恒星中心的核燃烧会产生氦，但估算表明远不可能产生这么多。伽莫夫发现宇宙早期的元素合成确实足以产生丰度达到1/4的氦核。

伽莫夫研究的另一课题是微波背景辐射。在原初核合成后，宇宙气体处于等离子状态，随着宇宙膨胀，气体将绝热降温。在温度降到1万度以后，最后粒子的平均热动能只剩1eV，这个时候原子核与电子将开始结合成中性原子。一旦电中性的原子成了主要组分，原来处于热平衡等离子态下的光子组分就失去了碰撞的机会。这就是光子的退耦，退耦后的光子当然会永远存在下去，它就是现在人们讲的宇宙微波背景辐射。背景光子虽然失去了碰撞，但它过去的热平衡分布（Planck分布）将保持，其等效温度将继续随宇宙膨胀而降低，因为宇宙空间的膨胀会把所有波长相应拉长，根据维恩位移定理可知等效温度相应降低。伽莫夫当时估计出宇宙微波背景辐射的温度在10K左右，其波长主要部分在微波波段。现在回顾去看，当年伽莫夫的理论（后来被叫做大爆炸理论）做得非常精美。可是当时的学者却很不以为然，因为在他们看来，连宇宙膨胀都不可信，用它推至这么早的宇宙还能信吗？

（3）

20世纪60年代初，普林斯顿大学的迪克和皮伯斯重新研究了这方面的理论问题，迪克是标量张量理论的提出者——那是一个与爱因斯坦引力理论有竞争的理论，他是一个关心相对论的实验检验的人物，皮伯斯2006年访问过清华大学，他现在宇宙学上的地位很高，他以前是迪克的

学生。当时他们两人打算制造一个微波探测仪器，来探测宇宙微波背景。但是，他们正在忙碌的同时，意外发生了。



大爆炸　绘画：张京

1965年离普林斯顿不远的贝尔实验室的工程师彭齐亚斯和威尔逊意外地发现了宇宙最早的光。他们在波长为7.35厘米的长波段发现了温度为3.5K的不明信号——这个温度是根据电子学里的纳奎斯特定理估计出来的。这个信号非常特别，就是无论你如何改进探测仪器，它永远如影随形，不可消除。这个信号甚至与时间无关，与空间无关。也就是说，在任何季节，这个信号都存在，在天空的任何方向，这个信号也存在。彭齐亚斯和威尔逊完全不懂宇宙学，他们刚开始以为，这事情真是见鬼了，真是越怕鬼越见鬼。但他们还是把他们的观测结果写了一篇1000字的文章发表出去了，意思在排除了微波天线上的鸽子粪以后，这些信号依然存在，特别有寻根究底精神的彭齐亚斯和威尔逊排除了来自天线本身和地球近处的可能，指出它是来自远处的辐射背景。这需要得到大家的解释。论文已经足够短了，但没有想到的是，这个论文为他们赢得了诺贝尔奖。这真是机缘巧合，冥冥中自有天注定。迪克和皮伯斯也在同

一期的《天体物理杂志》上详尽地讨论了彭齐亚斯和威尔逊发现的信号的宇宙学意义：这说明大爆炸宇宙学不是伪科学，这事情太大，人们对此持很谨慎的态度。关键点是怎么更可靠地证明所发现的背景辐射和大爆炸预言的背景辐射是一回事。因为要编个理论来解释已肯定存在的背景辐射并不难，大爆炸理论的坚决反对者多年后还在做这样的事。为澄清这疑问，人们首先想到可以做的是：从各个不同波长（频率）作同样的探索观测，希望既能找到它，又能由实测强度推断出同一温度在3K左右。这一步进展很顺利，当在地球上在10来个波长上都测到了接近相同温度的背景辐射后，瑞典皇家科学院有了信心，把1978年的诺贝尔物理学奖授予了彭齐亚斯和威尔逊（当时伽莫夫已过世，不能得奖了）。

当然，为了更加严格地验证背景辐射确实是黑体辐射谱。1989年，美国宇航局（NASA）曾发射过一颗宇宙背景探测者卫星（COBE），证实了这个结论，因为地球上的大气对电磁波有吸收，高精度的探测必须在大气层外，所以发射卫星是最好的选择。其主要目的之一就是做这件事。COBE在0.1～10mm之间的三十几个不同波长上安置了微波接收器，对背景辐射做精确测量，卫星上天不久，辐射谱的观测结果就得到了，用黑体辐射公式来拟合，竟可定出四位有效数字的辐射温度，宇宙微波背景的温度全是2.735K，这也充分表明其辐射源的热平衡程度很高。至此早期宇宙是一个高度热平衡的均匀气体已无可置疑了。1992年COBE还观测到了宇宙微波背景辐射在不同方向上存在着微弱的温度涨落。这个结果被霍金认为是人类科学历史上最杰出的发现之一，因为只有在均匀的宇宙背景里找到涨落，我们的星系和生命才可能形成。

宇宙微波背景辐射是大爆炸遗留下来的目前唯一可以观测的遗产。

对历史学家来说，考古是在发掘遗产，因此现在有很多历史学家想挖掘秦始皇陵墓。但现在中国政府还是禁止实施这个计划。

对物理学家来说，宇宙背景辐射也是这样一份遗产。

第二部分附录

1．论用初中数学的方法实现相对论在中国的普及

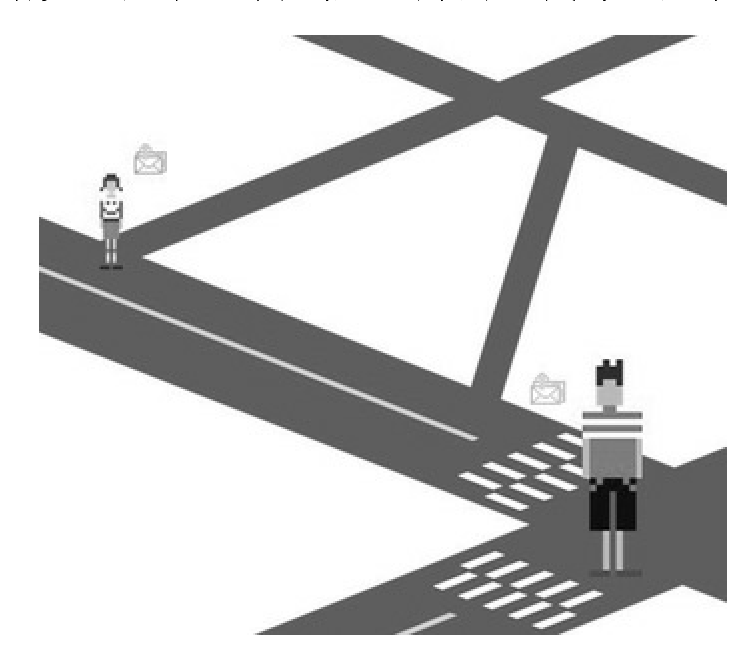
在2008年广西师范大学出版社出版了我的科普书《相对论通俗演义》以后，很多读者对我说过：“你写的书一点也不通俗，我读了以后还是不懂相对论到底是什么！”这让我非常沮丧，也不得不承认自己的书确实有很多不通俗的部分。所以在2008年以后，我开始摸索如何在中国实现相对论的普及，并且与其他几个年轻人一起组织了一个爱因斯坦学校，专门来普及相对论。这个爱因斯坦学校曾经采访过著名的相对论专家赵峥教授、梁灿彬教授，也采访过翻译过《爱因斯坦文集》的范岱年与许良英先生。在爱因斯坦学校秉承的“培养中国的爱因斯坦”的宗旨下，我个人还不断地深入到大中小学校进行科普讲座，普及相对论。听过我的科普演讲的对象包括在北京师范大学给教育学部的吴岩教授所带的文科研究生，果壳网中的文艺青年，江苏的南菁中学的高一学生，浙江的竺可桢中学的初中生，以及北京的水晶石教育的艺术家等——这些人几乎全没有高等数学的基础，但同样可以理解到狭义相对论的思想精神。在这些单位我经过多次的讲演后发现，要在中国普及相对论的基本思想，让相对论像进化论一样做到妇孺皆知，其实只需要初中的数学物理水平，就完全可以弄懂。

下面我就来简单介绍一下用初中数学的方法，如何来讲解狭义相对论。

其实，相对论主要的研究对象是时间与空间。时间与空间组合起来构成一个客观的绝对的物理对象——时空。原则上时空不能用一张二维的“图”来表示，但是如果被研究的物体运动总在一条直线上，则我们可以选用一个二维的坐标平面去标记它的运动。这时候纵轴标记时间t，

称为时间轴，横轴则是物体运动的位移。这就是时空图。

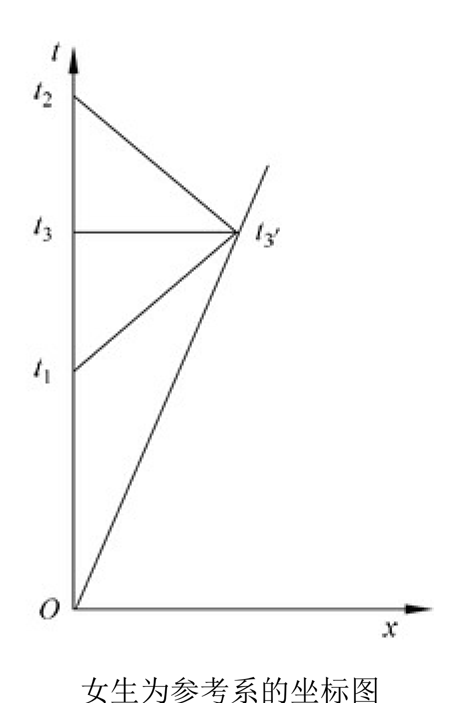
先想象一个每天都会发生的小故事。一个戴着手表的男生和另外一个戴着手表的女生在街头吵架了。接着女生让男生走，于是男生就沿着大街匀速离开了（为了考察到狭义相对论的效应，我们假设男生的运动速度很快）。过了一会儿，女生忽然后悔了，于是赶紧掏出手机给男生发了个短信："亲爱的，对不起，回来吧。"于是男生收到短信后，原谅了女生，马上给女生回了一个短信："好的，我马上回来。"



街头时空图

这个故事在时空图上是这样的，我们让坐标原点落在男生和女生吵架的街头，假设此刻他们的手表是刚刚对过时的，一开始都调整为零。然后男生沿着大街以速度v离开，于是我们可以把大街设为x轴。在时空图上，男生的轨迹是一条直线。而女生虽然站在街头没有移动，但是时间却是在流逝的，所以女生在时空图里的轨迹是和时间轴重合的直线。——我们把这两条直线分别叫做男生和女生的世界线（world line），它表示男生或者女生经历的所有事件的一个集合，世界线的长度就是男生与女生所经历的真实的时间——记住，在爱因斯坦的相对论中，时间是

私有的，与脉搏一样，每个人的时间都走的不一样快。当女生的手表显示t_1时刻，女生开始后悔，于是女生发了道歉的短信——短信以光速传播，在男生收到短信的时刻，男生的手表显示的时间是t'_3，女生手表显示的时间是t_3。如果男生收到短信的刹那就给女生回复了短信，那么当短信以光速传到女生的手机，女生的手表显示的时间是t_2。狭义相对论的一个重要结果，就是发现t'_3与t_3是不一样的。这个过程用下面的时空图来表示。



女生为参考系的坐标图

图中Ot'_3是男生的世界线，$t_1t'_3$和t'_3t_2是短信的世界线

以前已经说到，根据狭义相对论，每个人都有自己的时间，称为“固有时”。在上面的例子中，时间轴上的时间实际上是女生的固有时；而男生手表显示的时间才是男生的固有时，它等于男生的世界线的长度。因此，如果我们想要知道t'_3和t_3差了多少，我们就需要知道他们之间的关系。

在上面这幅图中，是两个在时空中的“相似三角形”，或者更确切地说，是物理上的“相似三角形”（在这里作者必须强调，这个相似不是初

中数学中学过的欧几里德几何意义上的相似，而是在时空的几何学上的相似。作者曾在中国科学院物理所给一些物理学家讲过这个，大家一开始也都误会成这个相似三角形是我们通常的相似三角形了，其实，这是物理相似三角形，用到短消息是光速运动的，而回短消息的那个男生是在运动的，但他回出去的短消息还是以光速运动，这背后其实隐藏了狭义相对论的光速不变原理。而女孩子发短消息与男孩子发短消息这2件事情在物理上是等价的，这说明物理学与性别无关，物理学不是社会学，这物理相似三角形无非说明，以女孩子为惯性参考系来描述物理规律，与以男孩子为惯性参考系来描述物理规律，这在本质上是没有区别的，这叫做狭义相对论原理。）。之所以说是“物理上”的，因为你也看得出来，它和我们一般在欧几里德几何学里所学到的相似三角形不太一样。但是我们怎么知道它们是相似的呢？这就要靠物理上的判定了：女生给男生发短信和男生给女生发短信在物理上是完全等价的。也就是说这两个操作在时空图上具有等价性。也许你可以自己画一个在以男生为参考系的坐标系，这时候在男生看来女生才是相对于他远去的——这样你就可以发现，的确是两个相似三角形。那么由相似比，我们可以得到 $\frac{t_2}{t_3'}=\frac{t_3'}{t_1}$，即 $t_1 t_2 = t'^2_3$。注意到男生与女生在t_3时刻的空间距离L，它既等于男生离开的速度v乘以女生手表流逝的时间t_3，也等于短信的传播速度光速c乘以短信以光速传播需要的时间。因而我们有

$$L = vt_3$$

$$L = c(t_3 - t_1)$$

$$L = c(t_2 - t_3)$$

消去t_3，并且整理我们可以得到 $t_1 t_2 = L^2\left[\left(\frac{1}{v}\right)^2 - \left(\frac{1}{c}\right)^2\right]$。利用L＝$vt_3$，还可以得到 $t_1 t_2 = t_3^2\left[1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right]$。再利用前面提到的物理相似三角

形的相似比$t_1t_2=t'^2_3$，就可以得到t'_3与t_3的数学关系了。

从结果我们可以看出，时间“膨胀”了，这正是相对论的一个重要结果，也是著名的洛伦兹变换中时间的洛伦兹变换。

因此，我们可以看到，使用初中数学中所学到的相似三角形知识，以及初中物理中最简单的路程等于速度乘以时间的物理知识，我们就可以很快地得到不同运动速度的物体之间的时间走的快慢。这个推导过程笔者曾经在多次科普讲座中给观众演示过，几乎大部分观众都能够听明白，从此就了解到狭义相对论的思想精髓。

相对论诞生于1905年，至今已经有100多年的发展历史，但普及相对论的工作却一直步履维艰，早在诗人徐志摩还在世的年代，他的大舅子张君劢曾经给他一本相对论的书叫他看，他看了以后囫囵吞枣，最后也写过一篇科普相对论的文章《安斯坦相对主义——物理界大革命》发表在《改造》杂志上。但可惜的是，徐志摩本身没有搞懂相对论，所以他的科普文章写得一塌糊涂，科普效果很差。一百年后，通过笔者最近所做的科普工作，也许普罗大众终于可以真正搞懂狭义相对论究竟是什么了。

2．中国式相对论

记得有一位不知名的人曾经说过，相对论好像是一个金字招牌，这话很多人不爱听。据说曾经有一个数学家好像是拉普拉斯还是拉格朗日，和一个哲学家在吵架，吵架的时候这个数学家说了如下类似的话：因为$x^3+y^2=1$是一个椭圆曲线，所以可以证明你是一个傻×。哲学家马上被吓得哑口无言，面色惨白，败下阵来。

相对论当然也有同样的功效。

但相对论也具有数学的结构，比如恩斯特方程就是一种把稳态的轴对称的爱因斯坦方程求解出来的数学方法。上帝保佑吃饱了饭的人们，

当吃饱了饭，一边喝咖啡一边看看这些数学结构，人们一定会很陶醉。因为这些结构与人无关，有点God given的意味。

我在上大学的时候，那是在2002年吧，也许是2003年，去听梁灿彬老师讲微分几何入门和广义相对论。当时上课用的书还是梁老师的第一版书，就是北京师范大学出版社出版的。书是在物理系买的，因为梁老师害怕我们这些穷学生为了学相对论破费了，所以他委托物理系的人低价卖给我们。有时候他甚至愿意为一个同学买书亲自去跑一趟出版社，这种情操一般人肯定是学不来的。梁先生有时候帮学生买书，好像是骑着他的自行车去的，因为他现在已经是头发全白了，当年也已经是一位老人，长辈对晚辈有时候就是这样的，我们都是孩子而已。

其实梁老师在物理系讲这个相对论课程是有点历史了的，所以在2001年，也许我就听过一次他的讲课，那节课我当然是听不懂，那时候我才上大学一年级，猥琐地在教室后面听着，坐在前排的都是一些研究生。我记了一些笔记，后来翻笔记的时候，才知道当时讲的是洛伦兹群和托马斯进动这一类的东西，用的是李群的语言。当时我完全不懂相对论，所以那一晚上相当于坐了一次飞机。

2003年左右正式成为梁老师课堂上注册的学生，我决定从头开始学起。当时一起去上课的人是很多的，同年级的同学不少都要去听一听，听上那么一耳朵，有的人就跑了。

第一节课自然是讲流形，流形上的坐标是流形上的一个点p映射到R一n上产生的，这里射来那里射去，这完全是数学语言，物理系出身的学生多数一开始还真不习惯。当时大家就全懵了，于是，上了几次课，听课的人数也被映射到了一个不动点——大约10个人，从50个到10个，大约需要半年的时间吧，但这个课程预计是要连着上两年的，所以10个剩余的人是真正喜欢相对论的。

梁老师非常关心这些学生的作业情况，所以每周有答疑课，由他亲自在物理楼一间办公室里回答学生的问题。他还非常关心学生的学习进

展，有一次，他打电话到我们宿舍，我接了电话以后，他说他要找周地宝同学，问他是不是住在隔壁宿舍，好像是讨论作业的问题，还是讨论为什么上次课没有去听，反正我也有点忘记了，毕竟是10年以前的事情了。我因为在一次答疑的时候，问了他一个关于环面能不能平坦地嵌入到3维欧氏空间里的问题，他一下子没有回答上来。有一次我正好在校园里走，梁老师骑自行车去邮局，在路上遇见我，下车来叫上我，告诉我上次我问的那个问题的答案。

因为相对论这个课程实在是太冗长了，我有时候因为忙别的事情或者听不太懂，偶尔也要逃课，但毕竟勉强还是把2年给坚持了下来。而我的很多同学，现在有的搞凝聚态物理，有的搞天文，有的搞实验物理，他们也许永远失去了搞一搞相对论的机会，尤其是搞一搞广义相对论的机会。很多人以曾经搞过物理为荣，只有一小部分人能以曾经搞过广义相对论为荣。这就是生活，生活总是这样，若湍流一样激流奔涌，年轻的时候往往不知道学什么才真正有用，被生活裹着走了。

梁老师的课教给我们很多东西，每个学生都从他那里学到很多知识。我当然是不清楚别人学到了什么，对我自己来说，每当我在企业里看到一些管理人员在搞一个高斯分布，然后说六西格马管理如何有效，当我看到那些工程师在盲人摸象地做一些物理实验，我就知道，我和他们不同，因为我自己从梁老师那里学到了一点微分几何的皮毛，从而似乎让我有勇气做我自己了。

“你觉得你最擅长的是什么？”一个同事问我。

“微分几何吧，也许是相对论。”我说。

“微分几何？相对论？”他说。

尤其是想到二维的曲面上外尔张量处处退化，它是局部共形平坦的，我总能感觉到一种迷醉。附庸风雅的7年，就在这样的迷醉里度过了。

听完梁老师的课，这时候已经是大四了。大四在大学里是一个很尴

尬的年纪，因为大四的时候，你会觉得自己真的什么也没有学会，并且你会觉得自己已经不再年轻了。在这个时候，物理系里贴出了一张大大的喜报，说北京师范大学物理系毕业的校友桂元星教授，因为在引力方面的工作，得了一个什么奖。好像是找到了爱因斯坦场方程的一个度规？反正我也忘记了，但当时看到那张红纸，看到了中国人还真能找到爱因斯坦方程的解我觉得这就是厉害的。

有的人晃晃悠悠过一辈子，有的人则生下来就有强烈的目标感。大四的时候，同学们自然是自个儿打算了。找工作，出国，考研究生，无非是3条出路，创业似乎是不太可能的——至少对很多人来说，创业需要的第一桶金是很难找到的。

我也在混沌之中，因为我也算是学过一点相对论，于是考了物理系马永革老师的研究生。结果就考上了，于是就接着读和相对论有关的领域，当然顺便也学点圈量子引力。大四和研究生一年级的时候，赵峥老师讲黑洞和物理学历史，我自然也去听听的。黑洞热力学也算是听了一些，最近记得的已经很少，只记得说黑洞有一个负的热容，并且，黑洞的熵和面积成正比，这玩意儿自然是大家都晓得的。最近因为工作的关系，像一个工程师一样干活，研究了一下液体球的表面张力的能量，发现这个表面能似乎也与球的面积成正比。所以，当在工作的时候，我和同事们假装在谈论小液体球，其实满脑子是觉得自己在谈黑洞熵。

当你把一个黑洞想象成一个液体球那样会晃动的玩意儿，你也许会遇见黑洞微扰，钱德拉塞卡因为搞黑洞微扰发现了一些美妙的结构，所以他说："广义相对论是真理。"

赵峥老师的物理学史课，是一门大课，很多外系的人也听，所以每次讲课是在北师大那个钟敬文讲堂里，那里面至少可以容纳400人吧，几乎是场场爆满，他的物理学历史讲得好，简直比易中天讲的还要生动一些。因为易老师讲的是人性和历史，而赵老师讲的物理学史，不但有人性和历史，甚至还有物理。反正我是听来了一些东西，然后鹦鹉学舌

地写进了《相对论通俗演义》里，比如说开普勒死在讨债途中，第谷有半个金鼻子，很多很多，都是听赵老师讲的。听赵老师的物理学历史课，很难讲不是一门艺术课，每次听课都好像是在看一场电影。

西北望，射天狼。

年轻的时候，能听到良师讲课，这是幸运的。

赵老师不但给学生们讲课，有时候还请学生吃饭，甚至有时候要给学生们发点钱，这样的日子，自然是好。那些年，似乎是人与花皆好，而且赵老师有时候喜欢和学生们谈论历史和现实，我们总是听到很多以前的故事。

刘辽教授因为年纪大了，所以很少参加引力组的活动，他也不认识很多年轻学生。但我还是记得有一次，大约是大四的时候吧，刘辽教授家里的电脑坏了，需要找一个学生去修一修，裴寿镛老师叫我去修，我就叫了同学裴彤去了刘辽教授的家里。

电脑好像是网络连不上，反正也忘记了，只记得刘教授家中有一些发黄的藏书，一张大床，墙壁上贴着几句诗。这几句诗似乎非常辛酸悲怆的，我也忘记了，反正纸张很黄，而且字迹有点沧桑感，这就是历史吧。

我好像还和刘教授说了一些关于李群的书的莫名其妙的对话。也已经忘记掉了。

最近参加刘辽教授80华诞的聚会，得到一本《刘辽文集》，里面不但有学术文章，而且还有几首诗，我倒是看了几首诗歌，其中一首自然是很妙，写的是年迈以后路过巴东想起年轻时候遇见一位少女的经历。这诗歌还被凌意教授转载到他的博客上，看来这个诗歌确实是有生命力和自我繁殖的能力。

读了研究生以后，也听周彬老师讲李群，不过只有一个学期的课程，也没有学懂，感觉很是遗憾。后来研究生毕业，倒是周老师辗转介绍到一个工作机会给我，我才有了一次打工的机会。这人生机缘巧合真

是很难预料。中国式的相对论其实是由很多很多人物的贡献组成的。前几天我读王永久老师的巨著《引力论和宇宙论》，感觉此书甚厚。我看吴忠超教授翻译的霍金的著作，也见过吴老师好几次，虽然他不会认识我，但我从小读的湖南科技大学出版的《时空本性》，知道扭量一词，都是吴老师翻译的吧。而其他更多的人，就不写了，因为中国式相对论是一个很大的题目。没有人有资格拿这样大的题目写文章，我写下一点自己的回忆，是为了怕自己忘记。记得有一个人曾经说过，搞相对论的人多数是投机主义者。如果说投机是为个人的私利，相对论也许是不值得投机的，因为成本很高，如果投机是为这个社会还有理想，那中国的相对论领域确实出现过一些众所周知的革命者。

还是以《大话西游》的片尾歌词做结尾吧，是才华卓绝的香港音乐人卢冠廷的《一生所爱》，歌词第一句就是“从前现在过去了再不来……”，曲调中透着莫名的惆怅和忧伤。

参考文献

［1］赵峥．探求上帝的秘密［M］．北京：北京师范大学出版社，2009．

［2］张轩中．相对论通俗演义［M］．桂林：广西师范大学出版社，2008．

［3］裴寿镛．量子力学［M］．北京：高等教育出版社，2009．

［4］赵峥．黑洞的热性质和时空奇异性［M］．北京：北京师范大学出版社，1999．

［5］梁灿彬，周彬．微分几何入门与广义相对论［M］．北京：高等教育出版社，2006．

［6］刘辽，赵峥．广义相对论［M］．北京：高等教育出版社，2010．

［7］侯伯元，侯伯宇．物理学家用微分几何［M］．北京：科学出版社，2007．

［8］李淼．超弦史话［M］．北京：北京大学出版社，2005．

［9］徐一鸿．爱因斯坦的宇宙——老人的玩具［M］．张礼，译．北京：清华大学出版社，2006．

［10］关洪．原子论的历史和现状——对物质微观构造认识的发展［M］．北京：北京大学出版社，2007．

［11］柯善哲，等．量子力学朝花夕拾［M］．北京：科学出版社，2007．

［12］霍金．果壳里的60年［M］．李泳，译．长沙：湖南科技出版社，2007．

［13］霍金，彭罗斯．时空本性［M］．杜欣欣，吴忠超，译．长沙：湖南科技出版社，2006．

［14］徐仁新．天体物理导论［M］．北京：北京大学出版社，2006．

［15］曾谨言．量子力学　卷一［M］．北京：科学出版社，2007．

［16］曾谨言．量子力学　卷二［M］．北京：科学出版社，2007．

［17］徐一鸿．可畏的对称［M］．张礼，译．北京：清华大学出版社，2005．

［18］吴振奎．数学解题中的物理方法［M］．哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2011．

［19］刘慈欣．三体［M］．重庆：重庆出版集团，2008．

［20］赵凯华．定性与半定量物理学［M］．北京：北京大学出版社，2008．

跋

（1）

“量子力学之父”玻尔年轻的时候，那大约是在1912年，也就是辛亥革命的时代，中国还没有人研究量子力学，玻尔解决了氢原子的能级问题，得出氢原子的能级问题与正整数n的平方的倒数成正比。玻尔的思路是非常自然的，不会让任何人觉得吃惊。这个思路的核心就是所谓“对应原理”——其实就是一个他自己发明的原理，目的是为了解释自然现象，这个原理有一些朦胧的思想，大概就是说电子作圆周运动的频率在经典极限下会与电子所发出的光的频率一致，这里面充满了共振的思想，对读物理的人来说，可以说也是一种模糊的直觉。这个对应原理成为后来的海森堡最厉害的思想武器。实际上，对后来者来说，对应原理是一种真正的物理方法，换句话说——这是物理学家做事情的一般方法，靠直觉去做猜测，然后由实验进行检验。

在玻尔的原子模型里，电子还是按照卢瑟福的模型在不同的圆形轨道上运动，但这些轨道可以用自然数n来标记。其实轨道是不存在的——因为人类也观测不到那些轨道。然而，玻尔的思路是非常完整的，在经典力学里就可以知道，不同轨道的能量不一样，可以把第n个轨道的能量记为E（n）。因为n是一个整数，所以E（n）是一个未知的数论函数——所谓数论函数，就是自变量是整数的那些函数。玻尔认为，电子在每一个轨道上是稳定的，但可以在不同的轨道之间相互跳跃，这就是量子力学的基本思想精髓。这个跳跃过程被称为跃迁——类似于股票市场中的每天开盘的时候指数的那种跳跃，比如，今天的上证指数到了收盘的时候已经有了一条轨道，收盘在2490点，那么，明天早上开盘不一定是在2490点，有可能跳空低开，比如在2440点开盘。那么跳空低开

所引起的市值蒸发，就相当于原子从高轨道能级向低轨道能级跃迁时候所放出的光的能量。

因此，一个恰当的比喻就是，股票市场中的股票总市值总是存在不确定性的，这个不确定性就好像是一个量子力学系统的能量的不确定性。

当然，还有其他的问题值得思考，那就是一个处于激发状态的原子，它到底能维持多长的时间一直停留在激发状态。如果我们继续那个股票市场的比喻，从中国的A股市场来说，如果我们认为在2007年上证指数能待在6000点以上的状态被称为激发状态的话，那么这个停留时间不会太长，这个时间对应的就是一个原子系统的激发态的寿命。

一般来说，对一个原子的激发态的寿命的估计取决于它向下面的能级跃迁的概率。这个概率是可以通过量子力学计算出来的，概率越大，则它在激发状态所呆的时间也就越短。同样道理，在股票市场中，一个高市值的市场必然具有很大的向下走的概率，所以上证指数能停留在6000点以上的时间总是很短的，如昙花一现，可惜的是，至今还没有一个完整的金融学的理论可以计算出这个概率。

而我们早可以计算出，一个激发态原子的寿命，大约只有10^{-8}秒。

（2）

而我写这本书的时候，精神断断续续一直处于激发状态的时间，一直持续了5年。

当辛亥革命一百周年的时候，我大致写完这本关于量子力学和广义相对论的书的草稿。写完这本书的那一年，我也刚好30周岁了。人们都说，三十而立，我于是想回顾一下我是如何走过自己的青年时代的。

在我的故乡绍兴，有一些年轻人受到鲁迅的影响，鲁迅是辛亥革命时代出现的一个文学巨子，他看破人世的悲哀，伸出瘦弱的胳膊抵抗旧

中国车轮的沉重惯性，他看到麻木的人性与虚妄的革命，手里只有一支笔的鲁迅总感觉到他所处的时代没有希望，人民也没有希望。对我个人而言，在辛亥革命的前后，鲁迅的笔下有三个人，栩栩如生。闰土出生在农民家庭，曾经年少无忧虑，长大后一无所有，知道稼穑艰辛，却无力去探究稼穑艰辛的根源到底是什么。阿Q是一个无家可归的人，他渴望革命，却想不清楚到底什么是革命，他所看到的革命队伍也是鱼龙混杂的，其实也是一场闹剧。那个在酒楼上的吕纬甫，这个知识分子那几年在人世飘零如一叶孤舟，最后变得模模糊糊，敷敷衍衍，就这样过日子。

在我的情怀里，在我成长的道路上，我看到鲁迅，也看到这些人物，我与他们是同命运的人，千万的中国年轻学子也都与他们是同命运的人。

我并不是要在这里单纯缅怀鲁迅，也不是单纯想说社会满面疮痍，而只是想说，当我写这本书的时候，我将这本书当作半本小说在写，我自己也正在虚构那些物理学英雄历史上的人物形象。

小说曾经是我的最爱，我在春晖中学读高中的时候，就曾经写小说，发表在学校的《春晖报》上，刚进了北京师范大学读书，就在物理系刊《求索》上发表了一些小说，现在看来，当然幼稚可笑。但我这次在本书的创作过程中，还是使用了一点小说的伎俩，虽然全书总体上文体似乎不太统一，但读者们一定要注意，此书是有小说色彩的，并不是完全的物理学史，大家就不要用历史学家的精确的眼光来审视，然后想着来批判我一番，那没有意义——我只不过是想在中国把科普与小说结合起来，梦想写几本类似《三国演义》的书而已，再说金庸也不是历史学家，但他写的历史背景的小说有那么多人读，那就好了——我的理想也是一样的。

（3）

在写这本书的草稿时，我花了差不多5年的时候，断断续续，一直以来，我一直鼓励自己要做重要的学问，去思考比较重要的技术性问题，比如BSD猜想费马大定理，比如Connes是怎么证明Morley三角形的，比如Mathieu的离散群和孔采维奇的月光魔群。因此去写一本轻飘飘的科普书，我总觉得会缺少技术性的内容，于是我一直在我的写作中保持一种对深邃性的自我追求，我希望我的读者是如我一样，能读懂深邃的数学物理。但考虑到科普书本身的销售问题，最后，我不得不把这本科普书写成半科普半文艺的物理小说的形式，这在某种意义上是我个人的一种探索，因为我想走别人不曾走过的道路。

赵峥教授在本书的序言里提到，“翻开历史的长卷，我们看到‘自古英雄出少年’，青年人应该有志气，有抱负！”

我现在虽然已经如《人民日报》最近所描述的大部分中国青年那样已经充满了“暮气”，但我也是确实曾经年轻过的。

我年轻的时候，对相对论有浓厚的兴趣。我随便从电脑里翻出一点以前的手稿（大概记录了2003年我读大学三年级时候的生活），就找到了自己为什么现在无知到了只懂相对论的原因。

在2003年5月7日的时候，我写了一点手稿，算是对自己的记录。

Sars在北京城里早就有了，我坐831的公交车去ww她家里家教，路上看见很多戴白口罩的人。等后来北京城里的人都确定了这件事，我们就停课了。

停课的几天我每天上网，感到极其痛苦，因为日复一日。以下是一些琐忆：

1．先复习了一下schwarzschild解的一些性质。

发现时空的2部分是不连通的，它们分别用schwarzschild解描述。所以发现没有真实的时间。黑洞内部是非静态的……

2．找到了kluza——klein理论的资料。

但这个电子文档是ps格式的，打印店全关门了，在没有办法的时候发现还有一家的门虚掩着。进去，却发现人家只能打开pdf文件，因此不能打印。于是回来研究如何把ps格式转化为pdf格式。

3．再次阅读韩寒的书《像少年啦飞驰》。一年前在火车上消磨时间，重新看了半本，觉得只有那些傻子才觉得这文章不如《三重门》。老枪他们给盗版公司写书……不断赚钱，不断花钱，过的循环的生活，就是生活的意义所在。

4．每天晚上看4集《寻秦记》，看到赵倩的死正好一集完，音乐很感人，我都要流泪了。等看完全部《寻秦记》，觉得“人可以回到过去，但历史无法改变”，也就是说存在闭合类时曲线，但不能够破坏物理上的因果性。也就是说弑母悖论不成立，因为这个悖论可以用时序保护猜想去解释。

5．有些问题是不能问的，比如上帝是万能的，那么上帝能不能创造出一块它举不起来的石头。

这个问题的答案我觉得应该是：上帝能够创造那样的石头，但上帝不是万能的。

6．写了一本书的第5章。发现自己应该考虑一下如何在年底写一个跋。

在脑子里拟订了一下：

跋

我讲三句话，刚才那句是第一句，谢谢。

7．发现上面的悖论其实与“我只给不给自己刮胡子的男人刮胡子”一样，怀疑它是一个集合上的相互嵌套的东西。但脑子是模糊思维，现在还搞不清楚悖论的数学背景，或者没有时间搞清楚。

8．发现自己的荨麻疹在断药后再次发作。于是决定上网查一下这个病情。后来觉得暂时不看西医。小心不吃到辣椒。可惜学校食堂的菜有很多辣椒。

9．发短消息聊天，谈论冷雨夜我不想回家。

10．看了40分钟的纤维丛。不太理解为什么一个圈上的2个v-bundle分别是柱面与mobius带。

11．pt送来的几张数码照片，偷拍了因为Sars在我们西西楼门口站岗的那个女孩子。

12．q的计划。（保密）

13．又想起《寻秦记》，打算写一《寻商记》。问题是怎么样写，写多少，写了有什么意义。

14．思考RN黑洞的裸奇点，不知道想什么。

15．每天晚上听歌才能睡着，比如《囚鸟》。发现自己喜欢幽怨。

16．楼前绿树郁郁葱葱，突然在树上挂了红色的宣传条。

17．Sars继续着，每天觉得日子在须臾间过去，在宿舍里老模仿ww的小孩子语言：慌了吧，虾米了吧～～～～。

18．再看了《大话西游》一遍。觉得还是那么经典。周星驰是一个天才。

19．为未来担心。

20．看见达夫（duff），卢建新那本超弦的书的封皮。

21．决定过小日子。

22．想知道j，h，很多人现在怎么样了。

23．突然觉得自己失去了很多东西，比如每天与人擦肩而过。

24．认为只有数学中的微分几何与拓扑学可以给自己带来快乐。

25．还搞不清楚黎曼张量为什么有那几个独立分量。

26．看费曼的物理学讲义几分钟，觉得太简单了。

27．看狄拉克的量子力学，发现出版在1932年？又发现自己一点也不喜欢微扰论。到现在还是不懂为什么有选择定则。

28．思考以后要不要考理论物理的研究生。认为研究生是一种趋势。

29．发现黄祖洽先生虽然是院士，但他上的粒子物理我还不是很明白。

30．打算回忆一下自己在3个星期的时间里到底做了什么。

2003年，正是我自己在学习量子力学和广义相对论的那一年，那一年的多愁善感和励精图治，已经成为过去，那一年冬天北师大的树上站满乌鸦，下的雪织成一张稠密的罗网，我没有感觉寒冷孤寂和疏离，因为我正在学习量子力学和广义相对论，我的那颗多愁善感的文人的灵魂得到了救赎。物理学本身不能让人温暖，但对一个曾经写小说的人来说，物理学会让我不再空虚。

萨特说：“存在就是虚无。他人就是地狱。”

卢梭说：“人生而自由，却无时不在枷锁之中。”

这种感慨不仅仅是书斋里的无病呻吟，而是那些文人哲学家为寻找

意义而痛哭流涕的独白。

我想，这本书对现在的年轻人来说，也会起到同样的效果，这本书不会让你懂量子力学与相对论，但可能会让你知道你自己不懂量子力学与相对论。相信读这本书的时候，你不会觉得空虚，因为物理里面，埋藏着永恒的东西。

张轩中
2013年10月